



UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

**Redução da Complexidade de Recepção de CPM
em Sistemas de Comunicação Sem Fios**

Francisco António Taveira Branco Nunes Monteiro
(Licenciado)

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Orientador: Doutor António José Castelo Branco Rodrigues

Júri:

Presidente: Doutor Carlos Eduardo do Rego da Costa Salema

Vogais: Doutor Augusto Afonso de Albuquerque

Doutor António Manuel de Assis Gusmão Correia

Doutor António José Castelo Branco Rodrigues

Janeiro 2003

Agradecimentos

Com efeito, quem deseja escrever uma história imparcial e completa precisa, em primeiro lugar, de tempo livre e longo; em seguida, carece de paz de espírito e de isenção de todos os empregos; deve ter, por fim, o favor e auxílio dos Príncipes que fomentem e remunerem a diligência e o trabalho das investigações.

(Damião de Góis, in prefácio de “Descrição da Cidade de Lisboa”, 1554)

Ao Prof. António Rodrigues, mais do que tudo, pela paciência que teve sempre comigo; pela liberdade de investigação concedida, reveladora de confiança; por aceitar o meu “discurso pouco diplomático”, mantendo sempre a boa disposição, e pela preciosa ajuda na implementação do simulador. Agradeço em especial o seu interesse pela pessoa e não somente pelo meu desempenho académico. Por isso mesmo, muito aprendi com o Prof. António Rodrigues.

Ao Berto⁽²⁾ e ao Michel Deslandes⁽¹⁾ pela ajuda em vários problemas informáticos, mesmo após a cessação de responsabilidades no Instituto de Telecomunicações.

Ao Prof. Gusmão Correia, que me despertou o gosto pela Comunicação Digital; o mestre com quem os aprofundei, e ao Prof. José Leitão, com quem tanto aprendi, por me mostrar que se deve sempre tentar ultrapassar a fase de mera alfabetização.

Ao Prof. Francisco Cercas, pela amabilidade e disponibilidade em facilitar-me tempo para a investigação, ao Prof. Américo Correia pelo retirar de dúvidas, e ao Prof. Carlos Sá da Costa que, ao confiar em mim, permitiu uma distensão mental que facilitou a existência desta tese.

Ao Prof. Carlos Salema pela atenção despendida e ajuda em vários problemas administrativos.

A simpatia do Prof. Mário Figueiredo e do Prof. Carlos Fernandes será sempre recordada.

Ao Pedro Sebastião⁽²⁾ e à Anabela Valente⁽³⁾ pelo interesse e apoio, mesmo quando à distância.

À minha irmã, Ana Filipa⁽⁴⁾, pelo uso do seu computador, mesmo a horas perturbadoras.

Ao Jorge Aguiar⁽¹⁾, ao João Eira⁽¹⁾, ao Berto⁽²⁾ e à Margarida⁽¹⁾. A sua paciência inefável, a sua ajuda em fases diferentes, revezando-se no tempo, foi o que permitiu a existência deste trabalho. O João Eira⁽¹⁾, como colega, proporcionou também o regalo intelectual de com ele conversar e aprender.

À minha mãe, Lurdinhas, pela paciência diária para comigo e para com os meus horários.

(1) Eng.^{o(a)}; (2) Mestre Eng.^{o(a)}; (3) Doutora Eng.^a; (4) Dr.^a.

Resumo

A modulação de fase contínua (CPM) é uma modulação ideal para operar em sistemas que utilizam amplificação não linear, ainda incontornável nos sistemas sem fios, uma vez que consegue alcançar eficiências de banda elevadas sem os graves inconvenientes duma flutuação de envolvente. Nesta tese propõe-se um receptor para CPM de complexidade muito reduzida, operando com um *hardware* e um processamento digital de sinal elementares. A redução de complexidade conseguida resulta de uma intervenção sobre o receptor óptimo em três etapas do processo de detecção.

Inicialmente substitui-se o banco de filtros adaptados por uma sistema de projecção num espaço de sinais linear e ortogonal de menor dimensão. O espaço escolhido é o gerado por um número muito reduzido de funções de Walsh. As propriedades destas funções permitem reduzir o *hardware* deste bloco a apenas dois integradores em modo de sobre-amostragem e um acumulador. Em seguida as métricas obtêm-se através de uma multiplicação matricial num processador.

A segunda simplificação é feita na obtenção do conjunto de métricas para cada símbolo de canal recebido. Desenvolveu-se um algoritmo e uma estrutura de dados que, mantendo armazenadas apenas 1/8 das transições de fase, permitem derivar todas as métricas calculando apenas 1/4 delas. O método é válido para uma subclasse de esquemas CPM (que engloba os mais atraentes) cujos sinais de transição de fase observam certas simetrias. Estas simetrias são transpostas para um relacionamento entre posições da tabela de métricas em cada símbolo.

Por fim, a detecção de sequências por máxima verosimilhança é feita com uma redução do número de caminhos a propagar no algoritmo de máxima verosimilhança.

O desempenho do receptor sub-óptimo foi estudado usando vários esquemas CPM M -ários de resposta total, corrompidos por ruído branco gaussiano e desvanecimento rápido uniforme.

Apresentam-se duas soluções de esquemas CPM óptimos e os respectivos receptores sub-óptimos para uso em receptores móveis.

Palavras chave

Modulação de fase contínua;

Receptor sub-óptimo; redução de *hardware*;

Espaço de Walsh; derivação de métricas; redução de estados;

Desvanecimento rápido uniforme.

Abstract

Continuous phase modulation (CPM) is ideal to implement on systems having non-linear amplifiers, which are still unavoidable in wireless systems, since it can achieve high spectral and power efficiencies with no envelope variations drawbacks. In this thesis it is proposed a CPM receiver having a very small complexity, operating over elementary hardware and digital signal processing. The accomplishment in complexity reduction results from an intervention on the optimum receiver on three stages of the detection process.

Initially, the bench of matched filters is replaced by a system of projections in a signal space of fewer dimensions. The chosen space results from the spanning of very few Walsh functions. The properties of these functions allow the reduction of the front-end hardware to just two integrators in over-sampling mode and an accumulation register. Afterwards, a processor calculates metrics numerically using matrixes.

The second simplification is made on the metrics calculation block for each channel symbol. It is presented a new algorithm and a data structure that, jointly, consent to obtain all the metrics keeping in memory only 1/8 of the phase transitions, and allow to obtain their total number from just 1/4 of the metrics. The method is valid for a subclass of CPM schemes (which comprehend the best ones), where phase transitions have certain symmetry relations. These symmetries are translated to relations between positions of a metrics table.

Finally, maximum likelihood sequences detection is made reducing the number of paths to be propagated by the maximum likelihood algorithm.

The performance of the proposed sub-optimum receiver is studied using several M -ary full response CPM schemes, corrupted by additive white gaussian noise and flat fast fading.

Two solutions of optimum CPM schemes and their respective sub-optimum receivers for mobile communications are presented.

Key words

Continuous Phase Modulation;
Sub-optimum receiver; hardware reduction;
Walsh space; metrics derivation; reduced states;
Flat fast fading.

“Quase sinto vergonha, caríssimo Pedro Giles, por vos enviar este livro sobre a República Utopiana com o atraso de um ano, quando o esperáveis dentro de um mês e meio. E com razão. (...)

Contudo, para me dedicar à realização deste pequeno trabalho, os meus outros cuidados e preocupações roubavam-me todo o tempo livre. E, como consagro diariamente o meu tempo a assuntos de leis - quer advogando, ouvindo, arbitrando disputas, ou exercendo o papel de juiz, e tendo para isso que longamente reflectir as sentenças e conselhos - ou andando de um lado para o outro a visitar amigos ou a tratar de assuntos particulares, em resumo, passando o dia fora com os outros e o pouco que dele me resta, em casa, com os amigos, tempo algum me sobra, no fim do dia, para mim próprio, isto é, para o meu livro. (...)

Para mais, um homem sábio e prudente deve ordenar as suas coisas e dispor da sua pessoa de modo a que sempre pareça alegre, amável e jovial no trato com aqueles que a natureza, o acaso ou a sua escolha lhe deram como amigos e companheiros da sua vida. (...) Assim, entre as preocupações que referi se me escapa o tempo, os dias, os meses, os anos.

Perguntareis quando escrevo, então? E nem sequer me referi ao tempo de sono, e às refeições, em que muitos perdem tempo igual ao que dedicam ao sono, ocasiões em que se desperdiça metade do tempo de vida de um homem. Por isso, apenas consigo para escrever o pouco que roubo ao sono e à comida. Nesses breves intervalos, acabei finalmente por concluir a Utopia, e envio-vo-la, caro Pedro, para que a leais e a pesquiseis, a fim de que, se algo me tiver escapado, mo aponteis. (...)”

(Thomas More a Pedro Giles, in Prefácio de “Utopia”, 1516)

Índice

Agradecimentos	i
Resumo.....	iii
Palavras chave.....	iii
Abstract	v
Key words	v
Índice.....	ix
Índice de figuras.....	xiii
Índice de tabelas.....	xix
Lista de siglas.....	xxi
Lista de símbolos	xxv
Letras romanas	xxv
Letras gregas	xxxii
Símbolos matemáticos e notações.....	xxxv
Comentários	xxxvi
Capítulo 1 – Introdução	1
1.1 – Introdução histórica.....	1
1.2 – Contexto.....	4
1.2.1 – A investigação em CPM.....	9
1.2.2 – Objectivos e contributos.....	12
1.3 – Estrutura da tese	12
Capítulo 2 – Conceitos em comunicação digital.....	15
2.1 – Comunicação digital no contexto da Teoria da Informação.....	15
2.1.1 – Entropia e capacidade	15
2.1.2 – Entropia e codificação de fonte.....	17
2.1.3 – Caso com ruído aditivo gaussiano.....	18
2.2 – Comunicação digital no contexto dos espaços lineares.....	21
2.2.1 – Distância euclidiana e probabilidade de erro	21
2.2.2 – Majorante <i>union bound</i>	22
2.2.3 – Um caso particular: modulações binárias antipodais	24
Capítulo 3 – Modulação de fase contínua.....	27
3.1 – Introdução à CPM	27
3.1.1 – Formatação.....	30
3.1.2 – Modulações particulares.....	32
3.1.3 – Representações gráficas	35
3.1.4 – Métricas.....	38

3.1.5 – Eficiência espectral e de potência.....	40
3.2 – CPM com codificação de canal	49
3.3 – Decomposições analíticas.....	55
3.3.1 – Decomposição de Laurent	56
3.3.2 – Decomposição de Rimoldi	58
Capítulo 4 – Estrutura de recepção	61
4.1 – Detecção de CPM: o problema.....	61
4.2 – Detecção óptima de CPM.....	63
4.2.1 – O receptor MLSD.....	64
4.3 – O receptor proposto	69
4.4 – Projecções e métricas	71
4.4.1 – Projecções: caso geral	73
4.4.2 – Métricas no espaço de Walsh	74
4.4.3 – Simplificações no espaço de Walsh.....	75
4.4.4 – Estrutura algébrica.....	76
4.5 – Derivação de métricas	77
4.5.1 – Motivação e condições de validade.....	77
4.5.2 – O algoritmo de derivação de métricas	80
4.5.3 – Estrutura mínima de dados	81
4.6 – Algoritmo de detecção.....	85
4.6.1 – O algoritmo $SA(B,C)$	85
4.7 – Configuração de <i>hardware</i> e DSP.....	87
4.8 – Sincronismo da MSK	90
Capítulo 5 – Análise do receptor.....	93
5.1 – Análise com ruído branco gaussiano.....	93
5.1.1 – Potência do ruído simulado	94
5.1.2 – Implementação da simulação	95
5.1.3 – Validação do simulador.....	98
5.1.4 – Os esquemas de teste.....	98
5.1.5 – Efeito da amostragem na recepção óptima	103
5.1.6 – Análise da dimensão do espaço de Walsh.....	106
5.1.7 – Quebra de simetria no espaço de fases	110
5.1.8 – Efeito da redução de estados	115
5.2 – O receptor proposto	118
5.3 – Canais rádio: o desvanecimento	119
5.3.1 – Desvanecimento lento	120
5.3.2 – Desvanecimento rápido	121
5.3.3 – Desvanecimento composto.....	122
5.3.4 – Caracterização dos canais.....	123
5.4 – Análise com desvanecimento	123
5.4.1 – Simulação do processo de Rayleigh.....	124
5.4.2 – Teste do receptor	130
Capítulo 6 – Conclusões e perspectivas em CPM.....	133
6.1 – Conclusões gerais	133
6.2 – <i>Quo vadis</i> CPM ?	137
6.3 – Trabalho futuro.....	140

Anexo A – Abordagem via modulação de frequência	141
A.1 – Introdução	141
A.2 – Detecção coerente	141
A.3 – Detecção incoerente	142
A.4 – Comparação entre FSK de Sunde e MSK	143
Anexo B – Notações em codificação convolucional	147
B.1 – Definição	147
B.2 – Métodos de análise	148
Anexo C – Detecção binária MAP e ML	149
Anexo D – Detecção de sequências	153
D.1 – Definição do problema	153
D.2 – Solução MAP	155
D.3 – Programação Dinâmica	156
Anexo E – O algoritmo de Viterbi	159
E.1 – Considerações gerais	159
E.2 – Explicitação do algoritmo	160
E.3 – Exemplo de aplicação	162
E.4 – Aspectos de implementação	163
E.5 – Considerações gerais	164
Anexo F – Aspectos de simulação	167
F.1 – Equivalente passa-baixo	167
F.2 – Equivalente passa-baixo via transformada de Hilbert	168
F.3 – Sobre a base escolhida	170
Anexo G – Funções de Walsh	171
G.1 – Formas de construção	171
G.2 – Ortogonalidade	172
G.3 – Transformada de Walsh	173
Anexo H – Medição do desempenho	175
H.1 – Estimacão por intervalos	175
H.2 – Método de Monte Carlo	177
H.3 – Número de bits a simular	179
Anexo I – Validação das distribuições	181
I.1 – Construção das fdp	181
I.2 – Erro quadrático médio	181
I.3 – Distribuição Gaussiana	182
I.4 – Distribuição de Rayleigh	185

Anexo J – Espectro do sinal de RF	191
J.1 – Decomposição em raios	191
J.2 – Espectros para $E(t)$	192
Anexo K – <i>Software</i> de simulação e edição.....	195
Referências	197

Índice de figuras

Figura 1.1: Esquematização relacional e cronológica das Telecomunicações (adaptada em parte de [Faro95]).	2
Figura 1.2: Blocos constituintes de uma sistema de transmissão digital. Destacam-se os módulos que são objecto de investigação neste trabalho.	5
Figura 2.1: Esquematização das relações entre as várias entropias associadas à fonte, X , e às observações, Y (adaptada de [Hayk88] e [CoTh91]).	17
Figura 2.2: Diagrama de eficiência em banda e potência no caso de AWGN.	20
Figura 2.3: Exemplo de uma majoração <i>union bound</i> com $M=3$.	23
Figura 2.4: Representação vectorial de sinais em modulações particulares.	24
Figura 2.5: Impulso suporte $r_p(t)$ nos ramos I e Q para gerar MSK a partir da OQPSK. Note-se que se representa o tempo em termos de $T_b=T_s/2$.	25
Figura 2.6: Ramos em fase e quadratura da MSK para uma sequência de De Bruijn de 8 bits $\{+1, -1, -1, -1, +1, +1, +1, -1\}$ com $R_b=1$ kbps, sendo $\varphi_0=0$.	26
Figura 3.1: Fases acumuladas possíveis, φ_i , durante um intervalo $h_i=p/q$.	29
Figura 3.2: Impulsos de fase LREC e LRC.	31
Figura 3.3: Evolução da fase com $h=1$, $M=2$ e com impulsos de fase 1REC (tracejado) e 1RC (sólido) para uma sequência de De Bruijn de 8 bits $\{+1, -1, -1, -1, +1, +1, +1, -1\}$.	32
Figura 3.4: Constelações de modulações cujos símbolos se detectam num instante do intervalo T_s onde o sinal possui uma dada fase e amplitude.	35
Figura 3.5: Duas representações gráficas possíveis para MSK.	36
Figura 3.6: Evolução de fase num exemplo com $h=1/8$, $M=8$, 1REC.	37
Figura 3.7: Cilindro de evolução da fase com $h=1/8$, $M=8$, 1REC e a mesma sequência da Figura 3.6.	37
Figura 3.8: Evolução das componentes s_I e s_Q com $h=1/8$, $M=8$, 1REC e a mesma sequência da Figura 3.6.	38
Figura 3.9: Árvore de estados com impulsos 1RC, $h=1/2$ e $M=2$ (traço contínuo). Sobreponha-se (a tracejado) a árvore da MSK (diferem apenas os impulsos de fase).	38
Figura 3.10: Obtenção da distância mínima em modulações particulares.	40
Figura 3.11: Densidade espectral de potência das modulações OQPSK (igual à da QPSK), MSK e da BFSK de Sunde. Apresentam-se as DEP em função da frequência normalizadas ao ritmo de transmissão R_b e centradas em f_c (extraída de [MoPi99]).	41
Figura 3.12: Comparação das eficiências espectrais de várias modulações para $P_b = 10^{-5}$ em presença de AWGN (com dados de [Proa01-p282, AnSu91]).	42

Figura 3.13: Percentagem da potência (em dB) fora da banda (unilateral). Comparação de MSK com BPSK e QPSK (adaptada de [ZiTr95-p.561]).	43
Figura 3.14: Limite superior para a DEQMN de esquemas mono- h M -ários em função do índice de modulação (adaptada de [AnAS86-p.63, Proa01-p.290]).	45
Figura 3.15: Evolução das DEQMN's de CPM com $M=4$ e impulsos 1REC (adaptada de [AuSu81]).	46
Figura 3.16: Evolução das DEQMN's de CPM com $M=8$ e impulsos 1REC (adaptada de [AuSu81]).	47
Figura 3.17: Comparação conjunta do desempenho e largura de banda $B_{99,0}$ para esquemas M -CPFSK. A comparação é feita fixando o ritmo binário, R_b (com dados de tabelas e gráficos de [SaMo91, AuSu82, AuSu81]).	48
Figura 3.18: Concatenação da codificação com CPM.	50
Figura 3.19: Comparação conjunta da banda $B_{99,0}$ e desempenho relativo ao MSK de esquemas CPFSK codificados, para as razões $\nu=2/3$ e $\nu=1/2$ (resultados compilados de gráficos e tabelas de [LiSA84, HoMc88] nos casos $\nu=1/2$ e de [AnSu91, HoMc88] para $\nu=2/3$).	52
Figura 3.20: Codificador convolucional $(1,7,2)$, $\nu=2/3$, $K=2$.	54
Figura 3.21: Diagrama de estados para a concatenação de CPM $h=1/6$, $M=8$ com o codificador convolucional $(1,7,2)$.	55
Figura 3.22: Decomposição de Laurent.	57
Figura 3.23: Árvore da fase de Rimoldi para a MSK.	59
Figura 3.24: Decomposição de Rimoldi.	60
Figura 4.1: Numeração dos estados S_i .	62
Figura 4.2: Definições a usar na abordagem às treliças CPM.	63
Figura 4.3: Estrutura do receptor óptimo para CPM.	67
Figura 4.4: Filtro adaptado e seu correlador equivalente.	67
Figura 4.5: Célula de cálculo de métricas (MCC) para AWGN.	68
Figura 4.6: Receptor sub-óptimo de CPM proposto.	70
Figura 4.7: Representação temporal das 16 ($k=4$) funções de Walsh do conjunto $w_{16,j}$.	72
Figura 4.8: Conceito de projecção no espaço de Walsh.	73
Figura 4.9: Esquema para obtenção de métricas no espaço de Walsh.	76
Figura 4.10: Relações entre métricas e processo de derivação a partir das métricas do primeiro quadrante.	79
Figura 4.11: Sinais armazenados em T_i para o esquema $h=1/6$, $M=8$ CPFSK (traços contínuos) e as transições que o algoritmo permite dispensar (a tracejado).	82
Figura 4.12: Estruturas e relações na tabela que suporta o processo de derivação de métricas no caso particular da MSK ($S=4$, $\Xi=8$). Os símbolos γ_i estão junto das transições que definem.	83
Figura 4.13: Estrutura da memória de armazenamento de métricas, Λ_i , em cada iteração.	84
Figura 4.14: Distinção dos estados de fase pares e ímpares para $h=1/6$ ($S=12$ estados).	85
Figura 4.15: Propagação de estados sobreviventes no <i>search algorithm</i> na sua forma geral, e	

nos casos particulares dos algoritmos testados no receptor proposto. Em (c) o valor $B=5$ é um exemplo particular.	87
Figura 4.16: Andar de RF, super-heterodino, prévio ao detector MLSD proposto, a implementar no DSP (configuração da estação base).....	88
Figura 4.17: Receptor de processamento total em tempo discreto.....	88
Figura 4.18: Fluxo de dados e sequência de operações para o receptor total simplificado, detalhando o bloco de projecção no espaço de Walsh.....	89
Figura 4.19: Fluxo de dados e sequência de operações no simulador criado.....	90
Figura 4.20: Bloco de aquisição de sincronismo em MSK.....	91
Figura 4.21: Erro de fase na treliça da MSK ($\Delta\phi = \pi/8$).....	92
Figura 5.1: Transições de fase τ para os esquemas 1REC com $h=1/2$	100
Figura 5.2: Transições de fase τ para os esquemas 1REC com $h=9/20$	101
Figura 5.3: Transições de fase τ para os esquemas 1RC com $h=1/2$	102
Figura 5.4: Transições de fase τ para os esquemas 1RC com $h=9/20$	103
Figura 5.5: Análise da influência de K_s no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$, com $M=8$	104
Figura 5.6: Análise da influência de K_s no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$, com $M=4$	104
Figura 5.7: Análise da influência de K_s no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$, com $M=2$ no receptor óptimo e no sub-óptimo com $F=2$	105
Figura 5.8: Análise da influência de K_s no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$, com $M=2$ no receptor sub-óptimo com $F=4$ e $F=8$	105
Figura 5.9: Análise da influência da dimensão do espaço de Walsh no desempenho com AWGN do esquema 1REC, $h=1/2$, $M=16$	106
Figura 5.10: Análise da influência da dimensão do espaço de Walsh no desempenho com AWGN do esquema 1REC, $h=1/2$, $M=8$	107
Figura 5.11: Análise da influência da dimensão do espaço de Walsh no desempenho com AWGN do esquema 1REC, $h=1/2$, $M=4$	107
Figura 5.12: Análise da influência da dimensão do espaço de Walsh no desempenho com AWGN do esquema 1REC, $h=1/2$, $M=2$ (MSK).....	108
Figura 5.13: Análise da influência da dimensão do espaço de Walsh no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=9/20$, $M=4$	109
Figura 5.14: Análise da influência da dimensão do espaço de Walsh no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=9/20$, $M=8$	109
Figura 5.15: Quebra de simetria entre as transições no caso do esquema 1RC, $M=4$, $h=1/2$ em presença de uma rotação de fase.....	111
Figura 5.16: Análise da influência do erro de fase no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$ com $M=16$	112
Figura 5.17: Análise da influência do erro de fase no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$ com $M=8$	112
Figura 5.18: Análise da influência do erro de fase no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$ com $M=4$	113

Figura 5.19: Análise da influência do erro de fase no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$ com $M=2$	113
Figura 5.20: Análise da influência do erro de fase no desempenho com AWGN do esquema 1REC, $h=9/20$ com $M=4$	114
Figura 5.21: Análise da influência do erro de fase no desempenho com AWGN do esquema 1REC, $h=9/20$ com $M=8$	114
Figura 5.22: Análise da influência da redução de estados no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$ com $M=16$	115
Figura 5.23: Análise da influência da redução de estados no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$ com $M=8$	116
Figura 5.24: Análise da influência da redução de estados no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$ com $M=4$	116
Figura 5.25: Análise da influência da redução de estados no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$ com $M=2$	117
Figura 5.26: Análise da influência da redução de estados no desempenho com AWGN do esquema 1REC, $h=9/20$ com $M=4$	117
Figura 5.27: Análise da influência da redução de estados no desempenho com AWGN do esquema 1REC, $h=9/20$ com $M=8$	118
Figura 5.28: Desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=9/20$ com $M=4$ e $M=8$ usando as três simplificações propostas.....	119
Figura 5.29: Representação temporal da envolvente do sinal recebido após desvanecimento Rayleigh uniforme para uma velocidade do receptor $v=50$ km/h, nos casos de $f_c=1$ GHz (contínuo) e $f_c=2$ GHz (tracejado).....	128
Figura 5.30: Representação temporal da fase do sinal recebido após desvanecimento Rayleigh uniforme, sem estimação de canal, para uma velocidade do receptor $v=50$ km/h, nos casos de $f_c=1$ GHz (contínuo) e $f_c=2$ GHz (tracejado).....	129
Figura 5.31: Espectros de Doppler $A(f)$ para uma velocidade do receptor $v=50$ km/h, nos casos de $f_c=1$ GHz (contínuo) e $f_c=2$ GHz (tracejado).....	129
Figura 5.32: Representação temporal da envolvente do sinal recebido após desvanecimento Rayleigh uniforme para uma velocidade do receptor $v=120$ km/h com $f_c=900$ MHz (frequência do GSM padrão).....	130
Figura 5.33: Desempenho com AWGN e desvanecimento uniforme dos esquemas 1REC, $h=1/2$, com $M=2, 4, 8$ e 16 com receptores óptimos com e sem estimação de fase.....	132
Figura 5.34: Desempenho com AWGN e desvanecimento uniforme dos esquemas 1REC $h=9/20$ com $M= 4$ e 8 com receptor óptimo e sub-óptimo (incluiu-se também o esquema MSK).....	132
Figura A.1: Exemplo de transmissão FSK com recepção incoerente. Inclui-se um sintetizador de frequência digital discreto (SFDD), os filtros de emissão e recepção sintonizados em f_1 e f_2 (H_E e H_R) e detectores de envolvente (rectificadores seguidos de filtros passa baixo – FPB).....	141
Figura A.2: Correlação cruzada $R_{s_1,s_2}(2f_dT)$ em função da separação de frequências. Assinalam-se os mínimos absolutos.....	142
Figura A.3: Espectro $\sqrt{S_{s_n}(f)/A}$ ($n=1, 2$) para as frequências positivas dos dois impulsos $s_1(t)$ e $s_2(t)$ no caso da separação espectral mínima para detecção incoerente. Tem-se: $f_2-f_1=2f_d=1/T_s$	143

Figura A.4: FSK de Sünde. Verifica-se a continuidade do sinal obtido por comutação entre duas sinusóides com frequências $f_2-f_1=1/T_b$ e com fase inicial igual (extraída de [MoPi99]).	144
Figura A.5: Sinal BFSK obtido por comutação de duas sinusóides com frequências $f_2-f_1=1/(2T_b)$ e com fase inicial igual (extraída de [MoPi99]).	144
Figura A.6: Obtenção da MSK adicionando memória à BFSK. Usou-se a mesma sequência de bits da Figura A.5 (extraída de [MoPi99]).	145
Figura B.1: Modelo geral dum codificador convolucional.	147
Figura C.1: Exemplo de funções de verosimilhança num problema de detecção binária; caso gaussiano.	150
Figura D.1: Modelo de Markov não observável. Assinalam-se as sequências não observáveis directamente (adaptada de [Marq99]).	154
Figura D.2: Modelo dum CM gerada num “registo de deslocamento” de dimensão $K+1$, observada após uma função $f(\cdot)$ e um canal sem memória.	154
Figura D.3: Ilustração dum percurso óptimo obtido por PD. Mostra-se um caso em que só se permitem transições da forma: $(k, S_k) \rightarrow (k+1, S_{k+1})$.	157
Figura E.1: Enquadramento do algoritmo de Viterbi.	159
Figura E.2: Descrição do algoritmo de Viterbi.	161
Figura E.3: Código convolucional (2,1).	162
Figura E.4: Treliças condensada e detalhe de um caso de descodificação com o AV.	162
Figura E.5: Exemplo da descodificação de uma sequência usando o código convolucional (2,1) da Figura 4.2.	163
Figura E.6: Transições entre os estados de um conjunto elementar de uma cadeia binária. I_n —estados iniciais; F_n —estados finais.	163
Figura E.7: Processamento do AV no caso binário (adaptada de [Forn73]).	164
Figura F.1: Factor multiplicativo da transformada de Hilbert no domínio da frequência.	169
Figura G.1: Árvore de geração das palavras de um código de Hadamard-Walsh.	172
Figura H.1: Exemplo de uma fdp binomial com $N_e=12$.	176
Figura H.2: Esquema geral do Método de Monte Carlo.	177
Figura H.3: Integral da distribuição Normal unitária $N(\mu_T=0, \sigma_T=1)$ em função dos limites de integração $[z_\varepsilon, z_\varepsilon]$.	178
Figura H.4: Intervalos de confiança para uma taxa de erros $P_b=10^{-\rho}$ estimada pelo método de Monte Carlo. Representação particular da expressão (H.11) com $\rho=10$.	179
Figura I.1: Métodos de cálculo do erro.	182
Figura I.2: Comparação da estatística obtida com a fdp gaussiana $p_g(x)$ para $x \in [-4;4]$. Os eventos podem pertencer a 111 intervalos diferentes (55+1+55).	183
Figura I.3: Evolução do EQM entre a fdp obtida e a distribuição gaussiana $p_g(x)$ à medida que se aumenta o número de eventos considerados.	184
Figura I.4: Relação entre uma fdp de Rice e uma gaussiana bidimensional $G(x,y)$ com variâncias iguais em x e y .	185
Figura I.5: Comparação da estatística obtida com a fdp de Rayleigh de variância unitária,	

	para $x \in [0, 4.5]$. Os eventos podem pertencer a 111 intervalos diferentes.....	186
Figura I.6:	Evolução do EQM entre a fdp obtida e a distribuição de Rayleigh, $r_r(x)$, à medida que se aumenta o número de eventos considerados.....	187
Figura I.7:	Comparação da estatística obtida com a fdp uniforme $p_u(x)$ para $x \in [-2\pi, +2\pi]$. Os eventos podem pertencer a 110 intervalos diferentes.	188
Figura I.8:	Evolução do EQM entre a fdp obtida e a distribuição uniforme, $p_u(x)$, à medida que se aumenta o número de eventos considerados.....	189
Figura J.1:	Definições geométricas para o n -ésimo raio incidente no receptor.	191
Figura J.2:	Distribuições dos ângulos verticais de chegada dos raios ao receptor (extraída de [Pars92-Sec.5.4]).	194
Figura J.3:	Espectros de RF associados a cada modelo (extraída de [Pars92-Sec.5.4]).	194

Índice de tabelas

Tabela 1.1: Modulações usadas em sistemas de comunicação sem fios [Pras97-p.6, MoKS00-Cap.9].	8
Tabela 3.1: Impulsos de frequência mais comuns.	31
Tabela 3.2: Parâmetros de CPM de modulações particulares.....	33
Tabela 3.3: Valores óptimos do índice de modulação para esquemas mono- h M -ários e correspondentes DEQMN's (extraída de [AuSu81-p.204]).	46
Tabela 3.4: DEQMN's de alguns esquemas M -CPFSK e correspondentes e ganhos (com dados de tabelas e gráficos de [SaMo91, AuSu82,AuSu81]).	48
Tabela 3.5: Características de esquemas multi- h atraentes (e MSK) [Pint98, Rodr97, SaMo91, AuSu81-p.208, MuHi81].	49
Tabela 3.6: Mapeamento natural no caso de $M=4$	50
Tabela 3.7: Esquemas 4-CPFSK codificados com razão $\nu=1/2$ (resultados compilados cruzando os valores dos gráficos e tabelas de [LiSA84, HoMc88]).	53
Tabela 3.8: Esquemas CPM com melhor eficiência de banda e potência.	53
Tabela 4.1: Perda de potência em MSK (para E_b/N_0 elevado) com detecção óptima, devido a um erro de fase de ε_ϕ (com dados de [AnAS86-p.369]).	92
Tabela 5.1: Esquemas CPM não codificados seleccionados.	98
Tabela 5.2: Opção de parâmetros da simulação para 10^5 bits simulados com desvanecimento ($P_b \geq 10^{-2}$), sendo $R_b = 312.5$ kbps e $M=2$	127
Tabela J.1: Modelos para a fdp do ângulo de chegada dos raios ao receptor e os espectros de RF que esses modelos implicam.	193

Lista de siglas

AMP	<i>Amplitude Modulated Pulse</i>
AMPS	<i>Advanced Mobile Phone System</i>
ASIC	<i>Application Specific Integrated Circuit</i>
ASK	<i>Amplitude Shift Keying</i>
AV	Algoritmo de Viterbi
AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i>
BER	<i>Bit Error Rate</i> (o mesmo que probabilidade de erro, P_b)
BFSK	<i>Binary FSK (2-FSK)</i>
BPSK	<i>Binary PSK (2-PSK)</i>
CM	Cadeia de Markov
CPE	<i>Continuous Phase Encoder</i>
CPFSK	<i>Continuous Phase FSK (M-CPFSK em geral)</i>
CPM	<i>Continuous Phase Modulation</i>
DECT	<i>Digital Enhanced Cordless Telephone</i>
DE	Distância Euclidiana
DEQMN	DE Quadrática Mínima Normalizada
DEP	Densidade Espectral de Potência
DQPSK	<i>Differential QPSK</i>
DS-CDMA	<i>Direct Sequence - Code Division Multiple Access</i>
DSP	<i>Digital Signal Processing</i> (ou <i>Digital Signal Processor</i>)
EPB	Equivalente Passa-Baixo
EQM	Erro Quadrático Médio
EW	Espaço de Walsh
FDMA	<i>Frequency Division Multiple Access</i>
fdp	Função densidade de probabilidade
FFSK	<i>Fast FSK</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>

FIR	<i>Finite Impulse Response</i>
FM	<i>Frequency Modulation</i>
FSK	<i>Frequency Shift Keying</i>
FPB	Filtro Passa-Baixo
FWA	<i>Fixed Wireless Access</i>
GF(2)	<i>Galois Field de dimensão 2</i>
GMSK	<i>Gaussian-shaped Minimum Shift Keying</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
GSM	<i>Global System for Mobile communications (900 MHz)</i>
GSM-1800	<i>Global System for Mobile communications (1800 MHz)</i>
HMM	<i>Hidden Markov Model</i>
IC	Intervalo de Confiança
IEE	<i>Institution of Electrical Engineers</i>
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineering</i>
i.i.d.	Independentes e identicamente distribuídos
IIR	<i>Ininite Impulse Response</i>
IPS	Instruções por segundo
IS- n	<i>Inter-standard n</i>
ISI	<i>Intersymbol interference</i>
IST	Instituto Superior Técnico
ITU	<i>International Telecommunication Union</i>
LRC	Impulso <i>Raised Cosine</i> de duração L
LREC	Impulso rectangular de duração L
LVA	<i>List Viterbi Algorithm</i>
MAP	<i>Maximum A Posteriori</i>
MCC	<i>Metric Computation Cell</i>
MIMO	<i>Multiple Input Multiple Output</i>
ML	<i>Maximum Likelihood</i>
MLSE	<i>Maximum Likelihood Sequence Estimation</i>
MLSD	<i>Maximum Likelihood Sequence Detection</i>
MM	<i>Memoryless Modulator</i>
MMIC	<i>Monolithic Microwave Integrated Circuit</i>

MSK	<i>Minimum Shift Keying</i>
OQPSK	<i>Offset QPSK</i>
OSI	<i>Open Systems Interconnection</i>
PAM	<i>Pulse Amplitude Modulation</i>
PCM	<i>Pulse Coded Modulation</i>
PCS-1900	<i>Personal Communication System 1900</i>
PD	Programação Dinâmica
PDC	<i>Pacific Digital Cellular</i>
PHS	<i>Personal Handyphone System</i>
PSK	<i>Phase Shift Keying (M-PSK em geral)</i>
QAM	<i>Quadrature Amplitude Modulation (M-QAM em geral)</i>
QED	<i>Quantum Electrodynamics</i>
Q.E.D.	<i>Quod Erat Demonstrandum</i>
QPSK	<i>Quaternary PSK</i>
RF	Rádio-Frequência
RSSD	<i>Reduced State Sequence Detection</i>
SA	<i>Search Algorithm</i>
SbS	Símbolo-a-símbolo
SCCPM	<i>Serially Concatenated CPM</i>
SFDD	Sintetizador de Frequência Digital Discreto
SNR	<i>Signal to Noise Ratio</i>
TCM	<i>Trellis Coded Modulation</i>
TDMA	<i>Time Division Multiple Access</i>
TF	Transformada de Fourier
TH	Transformada de Hilbert
TW	Transformada de Walsh discreta
UMTS	<i>Universal Mobile Telecommunications System</i>
UTL	Universidade Técnica de Lisboa
VA	Variável Aleatória
VCO	<i>Voltage Controlled Oscillator</i>
WLAN	<i>Wireless Local Area Network</i>
XOR	<i>Exclusive “OR” (“OU” exclusivo booleano)</i>

Lista de símbolos

Letras romanas

$A_{k,n}$	n -ésimo símbolo do ramo k da decomposição de Laurent
\mathbf{A}	Matriz de transições entre os estados duma CM
A	Constante normalizadora no espectro de Doppler
$A(f)$	Espectro de RF do sinal no receptor
$A_n(t, \xi, \Pi)$	Amplitude da onda do k -ésimo raio incidente no receptor
\mathbf{a}	Palavra pertencente a um código de blocos
a_j	j -ésimo símbolo duma palavra de código
amp_{max}	Limite superior da janela de observação dos histogramas de fdp's
amp_{min}	Limite inferior da janela de observação dos histogramas de fdp's
B	Número de caminhos sobreviventes em cada classe do SA(B,C)
B_{3dB}	Largura de banda a $-3dB$ do filtro gaussiano
B_C	Largura de banda disponível num canal
B_c	Largura de banda de coerência
B_ε	Largura de banda que contém $\varepsilon\%$ da potência do sinal
b	Índice ou posição de uma transição
b_I	Índice de uma transição de Q.I
b_{II}	Índice de uma transição de Q.II
b_{III}	Índice de uma transição de Q.III
b_{IV}	Índice de uma transição de Q.IV
\mathbf{C}	Matriz dos coeficientes $c_{i,n}$
C	Número de classes no SA(B,C)
C_c	Capacidade de um canal
C_i	i -ésima classe do SA(B,C)
\mathbf{c}	Vector de projecções em Σ
\mathbf{c}_b	Vector dos coeficientes de projecção no EW da transição possível τ_b

$c_{b,n}$	n -ésimo coeficiente de projecção da b -ésima transição possível armazenada
\mathbf{c}_i	Vector dos coeficientes de projecção no EW da transição recebida, τ_i
$c_{i,n}$	n -ésimo coeficiente de projecção da i -ésima transição recebida
c_n	n -ésimo coeficiente de projecção em Σ
d_B^2	Limite superior da DEQMN
D_{ij}	DE entre os símbolos \mathbf{s}_i e \mathbf{s}_j
D_{\min}	DE mínima entre dois símbolos ou estados
d_H	Distância de Hamming
$D_i(S_i, S_j)$	DE incremental entre os estados S_i e S_j
d_i	DE incremental normalizada
$d_i^2(b)$	DEQMN da b -ésima transição, no intervalo i (o mesmo que $\Lambda_i(b)$)
$d_{1,i}^2(b)$	DEQMN da b -ésima transição do ramo I, no intervalo i (o mesmo que $\Lambda_{1,i}(b)$)
d_{ij}	DE mínima normalizada entre os símbolos \mathbf{s}_i e \mathbf{s}_j
$d_{\min}^2(\gamma, \gamma')$	DEQMN mínima normalizada entre duas sequências de símbolos
$d_{Q,i}^2(b)$	DEQMN da b -ésima transição do ramo Q, no intervalo i (o mesmo que $\Lambda_{Q,i}(b)$)
E_b	Energia média de bit
E_s	Energia média de símbolo
$E_{y,i}$	Energia do sinal associado ao símbolo recebido
$E_{\tau,b}$	Energia do sinal de uma transição possível (o mesmo que E_s)
f_a	Frequência de amostragem na simulação
F_n	Estado final numa célula elementar do AV
f_c	Frequência da portadora no emissor
\hat{f}_c	Frequência da portadora estimada no receptor
f_d	Frequência desvio em FSK (1/2 da separação espectral de símbolos)
f_{\max}	Desvio Doppler máximo no espectro de RF no receptor
f_n	Frequência do desvio Doppler do n -ésimo raio
G	Ganho de um esquema CPM em relação à MSK
\mathbf{G}_k	Matriz geradora do código de Hadamard-Walsh ($2^k, k$)
$G_{X,Y}(x,y)$	fdp gaussiana bivariável
$g(t)$	Impulso de formatação em frequência
H	Número de índices de modulação diferentes num sinal CPM

\bar{h}	Índice de modulação médio em CPM multi- h
$h(t)$	Resposta impulsional de um filtro
h_i	Índice de modulação durante o i -ésimo intervalo
$h_g(t)$	Resposta impulsional do filtro gaussiano da GMSK
$h_{pbI}(t)$	Resposta impulsional em fase do EPB de um filtro
$h_{pbQ}(t)$	Resposta impulsional em quadratura do EPB de um filtro
$h_H(t)$	Resposta impulsional da TH
$H_H(f)$	Característica de filtragem da TH
$H_R(f)$	Característica do filtro de recepção
$h_R(t)$	Resposta impulsional do filtro de recepção
$H(X)$	Entropia da fonte discreta descrita pela VA discreta X
$h(X)$	Entropia diferencial da fonte contínua descrita pela VA contínua X
$H(X Y)$	Entropia condicional de X conhecendo a observação Y
$H(Y X)$	Entropia condicional da observação Y conhecendo X
I	Ramo em fase de um sinal passa-banda
I	Dimensão da janela de observação dum fdp
I_n	Estado inicial numa célula elementar do AV
$I(s_i)$	Quantidade de informação do símbolo s_i
$I(X;Y)$	Informação mútua de X e Y
i	Índice temporal do símbolo de canal transmitido
K	Memória de um codificador convolucional (e, em geral, de uma CM)
k	Número de bits dum bloco de informação num codificador de canal
K_n	Memória da n -ésima linha de atraso do codificador convolucional
K_s	Número de amostras por símbolo de canal γ_i
L	Duração da influência de um símbolo num sinal CPM
$\Lambda_k(t)$	Impulsos de Laurent (AMP)
M	Número de símbolos possíveis na modulação (M -aridade)
M	Número de componentes de Laurent
M_n	Sub-conjunto do conjunto de M símbolos CPM
m	Dimensionalidade do espaço Σ
N	Número de intervalos de símbolo considerados para a obtenção da DEQMN
N_0	DEP unilateral do ruído

N_b	Número de bits simulados
\bar{N}_b	Número médio de bits por bloco de codificação de fonte
N_e	Número de eventos duma VA
N_I	Número de intervalos num histograma
N_j	Número de símbolos de canal por janela de simulação
N_s	Número de símbolos transmitidos
N_{sf}	Número de símbolos de uma fonte discreta
N_w	Número de ondas monocromáticas (raios) incidentes no receptor
$N(\mu, \sigma)$	Distribuição normal ou gaussiana
n	Número de símbolos de um bloco após codificação de canal
n_1	Número de um estado
n_2	Número de uma transição dentro do grupo das que partem dum mesmo estado
$n(t)$	Ruído aditivo num canal
n_e	Número de erros ocorridos
P	Potência média de um sinal
Π	Ponto do espaço onde é aplicado o $\delta(t)$ para teste de um canal
$P_X(x)$	Probabilidade do acontecimento x da VA discreta X
P_y	Potência média de $y(t)$
$P(\varepsilon s_i)$	Probabilidade de detecção errónea quando é enviado s_i
P_b	Probabilidade média de erro de bit
$P_e(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j)$	Probabilidade de erro de se detectar $s_j(t)$ quando se enviou $s_i(t)$
$p_g(\cdot)$	fdp gaussiana
p_i	Numerador do índice de modulação durante o i -ésimo intervalo
$p_l(\cdot)$	fdp log-normal
$p_R(\cdot)$	fdp de Rayleigh
$p_r(\cdot)$	fdp de Rice
$p_s(\cdot)$	fdp de Suzuki
$p_X(x_n)$	fdp nos pontos centrais dos intervalos dum histograma
$p_X[n]$	fdp aproximada (histograma)
$p_X(x)$	fdp de X
$p_X(x_n)$	fdp de X discretizada
Q	Ramo em quadratura de um sinal passa-banda

$Q(\cdot)$	Função de erro modificada
Q.I	Primeiro quadrante do plano de fases complexas
Q.II	Segundo quadrante do plano de fases complexas
Q.III	Terceiro quadrante do plano de fases complexas
Q.IV	Quarto quadrante do plano de fases complexas
q	Denominador do índice de modulação
$q(t)$	Impulso de formatação de fase
$R_a(\tau)$	Autocorrelação de $s_1(t)$
R_b	Ritmo de transmissão de bits de informação
$R_c(\tau)$	Correlação cruzada de $s_1(t)$ e $s_0(t)$
$R_{\hat{x}}$	Taxa de convergência do passado dos estados detectados
R_{Γ}	Taxa de crescimento do passado dos estados sobreviventes
$r(t)$	Desvanecimento multiplicativo (uniforme) num canal
$r_l(t)$	Desvanecimento lento multiplicativo num canal (log-normal)
R_m	Média local do desvanecimento rápido
$r_p(t)$	Impulso suporte de formatação
$r_R(t)$	Desvanecimento rápido multiplicativo de Rayleigh
$r_r(t)$	Desvanecimento rápido multiplicativo de Rice
$r_R(x)$	fdp de Rayleigh
$r_r(x)$	fdp de Rice
R_s	Ritmo de transmissão de símbolos modulados (<i>baud rate</i>)
Σ	Espaço de Hilbert real ou complexo
S	Número de estados num grafo ou treliça
\mathcal{S}	Sequência de estados percorridos
S_i	Estado no instante i
\bar{S}_i	Estado complementar do estado S_i
\hat{S}_i	Estado detectado no instante i
S_m	Média da componente de desvanecimento log-normal
$S^{(n)}$	Estado número n
$\hat{S}(S_i)$	Caminho sobrevivente que termina no estado S_i
$S(f)$	DEP de um sinal

$S_{\text{BFSK}}(f)$	DEP da modulação BFSK de Sünde
$S_{\text{BPSK}}(f)$	DEP da modulação BPSK
$S_{\text{MSK}}(f)$	DEP da modulação MSK
$S_{\text{OQPSK}}(f)$	DEP da modulação OQPSK
$S_{\text{QPSK}}(f)$	DEP da modulação QPSK
$s^{(A)}(t, \gamma)$	Sinal no receptor após um correlador
$s_A(t)$	Sinal de sincronismo em MSK após o quadrador
$s_B(t)$	Sinal de sincronismo em MSK após o multiplicador
$s(t, \gamma)$	Sinal emitido
$s_i(t)$	Sinal pertencente ao conjunto de M sinais possíveis
\mathbf{s}_i	Vector de Σ associado ao sinal $s_i(t)$
$s_1(t)$	Componente do ramo em fase de $s(t)$
$s_Q(t)$	Componente do ramo em quadratura de $s(t)$
$\hat{S}(S_i)$	Percurso sobrevivente que termina em S_i
s_X^2	Estimador para a variância de uma amostra finita
T	Variável gaussiana construída a partir de um conjunto de amostras
T_a	Tempo de amostragem na simulação
T_b	Duração de um bit (tempo de bit)
T_p	Período da treliça CPM multi- h
T_s	Duração de um símbolo (tempo de símbolo)
t	Tempo
t_0	Atraso inserido na resposta impulsional de um filtro
\mathbf{U}	Matriz dos $m \times m$ produtos internos entre as componentes de Σ
\mathbf{u}_i	Vector da base de Σ
$u_H(t)$	Função de Heaviside (escalão)
$\hat{\mathbf{u}}_{\mathbf{v}}$	Versor do vector \mathbf{v}
V_i	Símbolos modificados na decomposição de Rimoldi
\mathbf{W}_k	Matriz $2^k \times 2^k$ com os símbolos das funções de Walsh de ordem k em cada linha
\mathbf{w}_n	Sequência de símbolos de uma função de Walsh
$w_{F,n}(t)$	n -ésima função de Walsh de dimensão F
$\tilde{w}_{F,n}(t)$	n -ésima função de Walsh normalizada de dimensão F

w_{nj}	j -ésimo símbolo de \mathbf{w}_n
$w_n(t)$	Função de Walsh de ordem n (de dimensão 2^k)
X	Variável aleatória à saída de uma fonte
\bar{X}	Estimador para a média de uma amostra finita
X_i	Símbolos modificados na decomposição de Rimoldi
X_{pb}	Espectro do sinal EPB
x_{pb}	Sinal EPB
x_{pbl}	Sinal no ramo em fase do sinal EPB
x_{pbQ}	Sinal no ramo em quadratura do sinal EPB
X_{pe}	Espectro da pré-envolvente x_{pe}
x_{pe}	Pré-envolvente para construção do sinal do EPB via TH
\mathbf{Y}	Matriz dos produtos internos de \mathbf{y} com a base de Σ
Y	Variável aleatória observada à saída de um canal
\mathbf{y}	Vector associado ao sinal recebido $y(t, \gamma)$
y_i	Sinal recebido no i -ésimo intervalo
$y(t, \gamma)$	Sinal recebido
$y_n(t)$	Sinal do n -ésimo raio recebido
$y_1(t)$	Componente em fase de $y(t)$
$y_{pb}(t)$	EPB do sinal recebido
$y_Q(t)$	Componente em quadratura de $y(t)$
\mathbf{y}_w	Projectão de \mathbf{y} em Σ
$y_w(t)$	Sinal recebido projectado em Σ
z_0	Altura do receptor móvel
z_ε	Limites de integração da fdp gaussiana

Letras gregas

α	Sequência de bits de informação
$\hat{\alpha}$	Sequência detectada de bits de informação
$\tilde{\alpha}$	Sequência de símbolos modificados na decomposição de Rimoldi
$\alpha^{(l)}$	Sequência l de bits de informação de entre as sequências possíveis

α_i	i -ésimo bit de informação
$\hat{\alpha}_i$	i -ésimo bit de informação detectado
$\tilde{\alpha}_i$	Símbolos modificados na decomposição de Rimoldi
$B_k(i)$	i -ésimo bit da representação binária do número k
β	Sequência de símbolos codificados
$\hat{\beta}$	Sequência detectada de símbolos codificados
β_i	i -ésimo símbolo após codificação de canal
$\hat{\beta}_i$	i -ésimo símbolo detectado após descodificação de canal
$\Gamma(\tau)$	Custo da propagação de um caminho sobrevivente
$\Gamma(S_i)$	Custo acumulado do caminho que termina em S_i
γ	Sequência de símbolos da CPM M -ária
$\hat{\gamma}$	Sequência detectada de símbolos da CPM M -ária
γ_i	i -ésimo símbolo da CPM M -ária
$\hat{\gamma}_i$	i -ésimo símbolo da CPM M -ária detectado
γ_τ	Vector que armazena os M símbolos de canal possíveis
ΔT	Duração da simulação do processo de Rayleigh com a cauda de zeros
Δx	Passo de discretização na entropia diferencial
$\Delta\phi$	Erro de sincronismo de fase
δ	Comprimento dos caminhos memorizados nas iterações do SA ou AV
ε	Erro de estimação de uma VA
ε_n	EQM numa amostra
ε_ϕ	Erro de sincronismo de fase normalizado a 2π
$\mathbf{\varepsilon}_\gamma$	Sequência de erros de símbolos
$\mathbf{\varepsilon}_\alpha$	Sequência de erros de bits
ζ_C	Eficiência de codificação de fonte (compressão)
ζ_ε	Eficiência espectral referente à banda B_ε
η	Número de bits de saída do codificador convolucional
η_{BER}	Cociente de N_b e o inverso da BER, i.e, 10^p
Θ	Ângulo com o eixo x da direcção de deslocamento do receptor
θ	Fase das componentes I e Q da n -ésima onda monocromática (raio)

Λ_i	Vector de métricas das transições no i -ésimo símbolo
$\Lambda_i(b)$	Métrica da b -ésima transição, na posição b do vector Λ_i , no intervalo i (o mesmo que $d_i^2(b)$)
$\Lambda_{I,i}$	Métrica da b -ésima transição do ramo I, no intervalo i (o mesmo que $d_{I,i}^2(b)$)
$\Lambda_i^{(\text{disc})}(b)$	Métrica em tempo discreto da b -ésima transição, na posição b do vector Λ_i
$\Lambda_{Q,i}$	Métrica da b -ésima transição do ramo Q, no intervalo i (o mesmo que $d_{Q,i}^2(b)$)
λ	Comprimento de onda
λ_n	n -ésima baixada de atraso de um filtro discreto
λ_p	Parâmetro de uma distribuição de Poisson
μ	Número de bits de entrada no codificador convolucional
μ_x	Média da VA X
\mathbf{v}	Vector da velocidade do receptor
v	Velocidade do receptor (módulo de \mathbf{v})
Ξ	Número de transições entre estados numa treliça ou CM
Ξ_a	Número de transições armazenadas entre estados numa treliça
ξ	Instante de excitação de $\delta(t)$ para teste dum canal
ρ_{ML}	Razão de verosimilhança
ρ	Módulo do expoente de uma BER expressa na base 10
σ_x^2	Variância da VA X
σ_n^2	Variância do ruído (potência do ruído, assumindo ergodicidade)
σ_T	Espalhamento do atraso da potência recebida
\mathbf{T}	Matriz de transições com dimensões $\Xi \times K_s$
\mathbf{T}_I	Matriz das transições do ramo em fase
\mathbf{T}_Q	Matriz das transições do ramo em quadratura
τ	Variável auxiliar de integração
$\boldsymbol{\tau}$	Sequência de transições de estados
τ_b	b -ésima transição de estado possível (armazenada)
$\tau_b^{(i)}$	b -ésima transição que sai de um estado de Q.I
$\tau_b^{(ii)}$	b -ésima transição que sai de um estado de Q.II
$\tau_b^{(iii)}$	b -ésima transição que sai de um estado de Q.III

$\tau_b^{(iv)}$	b -ésima transição que sai de um estado de Q.IV
τ_i	i -ésima transição de estado
$\mathbf{\tau}_{I,b}$	Vector que contém as transições (discretas) no ramo I
$\tau_{I,b}$	Sinal no ramo I da b -ésima transição de estado possível
$\tau_{I,b}^{(i)}$	Sinal no ramo I da b -ésima transição que sai de um estado de Q.I
$\tau_{I,b}^{(ii)}$	Sinal no ramo I da b -ésima transição que sai de um estado de Q.II
$\tau_{I,b}^{(iii)}$	Sinal no ramo I da b -ésima transição que sai de um estado de Q.III
$\tau_{I,b}^{(iv)}$	Sinal no ramo I da b -ésima transição que sai de um estado de Q.IV
τ_i	i -ésima transição de estado
$\tau_n(\xi, \Pi)$	Atraso do n -ésimo raio que chega ao receptor
$\mathbf{\tau}_{Q,b}$	Vector que contém as transições (discretas) no ramo Q
$\tau_{Q,b}$	Sinal no ramo Q da b -ésima transição de estado possível
$\tau_{Q,b}^{(i)}$	Sinal no ramo I da b -ésima transição que sai de um estado de Q.I
$\tau_{Q,b}^{(ii)}$	Sinal no ramo I da b -ésima transição que sai de um estado de Q.II
$\tau_{Q,b}^{(iii)}$	Sinal no ramo I da b -ésima transição que sai de um estado de Q.III
$\tau_{Q,b}^{(iv)}$	Sinal no ramo I da b -ésima transição que sai de um estado de Q.IV
ν	Razão do código de canal
Φ_n	Fase da n -ésima onda monocromática relativamente a uma referência
φ_0	Fase inicial de um sinal CPM
$\tilde{\varphi}_0$	Fase inicial de um sinal CPM na forma de Rimoldi
φ_i	Fase acumulada no início da transmissão de γ_i
$\varphi(t, \gamma)$	Evolução da fase associada à transmissão de γ
$\varphi'(t, \gamma_i)$	Derivada da fase (frequência instantânea) no i -ésimo intervalo
$\tilde{\varphi}(t, \gamma)$	Fase de Rimoldi (<i>tilted phase</i>)
$\varphi_{\gamma,i}$	Evolução da fase recebida associada à transmissão de γ
X_n	Azimute de chegada do n -ésimo raio no receptor
$X(t)$	Função auxiliar na construção dos impulsos de Laurent
Ψ_{\max}	Máximo ângulo vertical de chegada de um raio ao receptor

Ψ_n	Ângulo vertical de chegada do n -ésimo raio ao receptor
$\Psi(t)$	Fase instantânea do desvanecimento
$\boldsymbol{\psi}_i$	i -ésimo vector de uma base de um espaço vectorial Σ
$\psi_i(t)$	i -ésimo sinal da base de um espaço de sinais Σ
$\Omega_n(t)$	Função auxiliar na construção dos impulsos de Laurent
ω_c	Frequência angular da portadora no emissor
ω_n	Frequência angular do desvio Doppler do n -ésimo raio

Símbolos matemáticos e notações

Apenas se referem aqueles que não têm uma convenção consensual.

$\arg(\cdot)$	Argumento dum número complexo ou ângulo dum estado S_i
$E[\cdot]$	Valor esperado de uma VA
I_0	Função de Bessel modificada de ordem zero
$\text{Im}\{\cdot\}$	Parte imaginária de um complexo
\mathbf{I}_m	Matriz identidade de dimensão $m \times m$
$J_0(\cdot)$	Função de Bessel de primeira espécie de ordem zero
$\text{Re}\{\cdot\}$	Parte real de um complexo
$\text{rect}(t)$	Função rectângulo de integral unitário
$\text{sgn}(\cdot)$	Função sinal do argumento
TF $[\cdot]$	Transformada de Fourier
TW $[\cdot]$	Transformada discreta de Walsh
$\hat{x}(t)$	Transformada de Hilbert do sinal $x(t)$
\bar{x}	Média de x
$\lfloor x \rfloor$	Menor inteiro maior que x
$\delta(\cdot)$	Delta de Dirac
δ_{ij}	Símbolo de Kronecker
$\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle$	Produto interno dos vectores \mathbf{u} e \mathbf{v}

$\bar{\mathbf{a}}$	Sequência cujos elementos são o complemento para 2 dos de \mathbf{a} . A mesma notação é válida para os elementos de uma matriz, e.g, $\overline{\mathbf{W}}_{k-1}$
*	Convolução
\oplus	Soma módulo 2 (XOR booleano)
∇	Conjunto dos números reais
	Conjunto dos números naturais ($\mathbb{N} = \mathbb{N}^+ \cup \{0\}$)
\mathbb{Z}	Conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z} = \mathbb{N}^- \cup \mathbb{N}^+ = \mathbb{N}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{N}^+$)

Comentários

- O negrito é usado na representação de *vectores*, *sequências* e *palavras de código* (de blocos). Uma vez que todos estes conceitos são representáveis por sequências de elementos, decidiu-se usar a mesma notação e não introduzir mais diversidade na mesma.
- Apesar da letra n estar atribuída, ela é usada em vários contextos como uma variável auxiliar $\in \mathbb{N}$.
- Apesar da letra C estar atribuída, ela surge na Secção 2.2.2 com o significado de uma constante.
- Embora atribuída a erros associados a variáveis aleatórias, a letra ε é também usada na definição de intervalos auxiliares no Anexo H.
- A notação para um símbolo detectado coincide com a notação para a TH de um sinal. Dada a separação entre os objectos de aplicação, supõe-se que a distinção contextual não gerará confusões.
- A notação de $\bar{\mathbf{a}}$ e \bar{x} coincidem. A justificação do ponto anterior é a também aqui válida.
- As métricas Λ_i são também identificadas por $d_i^2(b)$, sendo a grandeza a mesma. A redundância foi inserida de forma a apresentar o algoritmo de detecção de sequências de uma forma independente da natureza das métricas.
- A definição dos conjuntos inteiros e naturais usada é a mais comum na literatura de Análise de Sinais e na de Matemática. Outros autores em Matemática usam definições diferentes (ver e.g. [Cara98]), que resultam sempre da consideração ou não do zero como um natural.
- Usaram-se as siglas associadas às denominações em língua inglesa devido ao seu uso corrente e internacional. A única sigla não existente na literatura é a MCC (*metric computation cell*).
- Apesar de serem letras maiúsculas, as energias de bit e de símbolo referem-se a unidades lineares, se não houver indicação das unidades.

- As siglas são todas em maiúsculas à exceção das abreviaturas “fdp” (função densidade de probabilidade) e “i.i.d.” (independentes e identicamente distribuídos), onde se preservou a grafia usual.
- A separador decimal usado não é o convencional na ortografia portuguesa – a vírgula –, mas sim o usado na língua inglesa – o ponto. Tal deveu-se a imposições de algum do *software* utilizado (ver Anexo K), tendo-se optado pela solução que uniformiza todo o documento.

Capítulo 1

Introdução

Alexander Graham Bell, nativo da Escócia, ao conduzir experiências com electricidade salpicou ácido nas calças. A sua reacção “sulfúrea”, a agora famosa “Mr. Watson, venha cá, preciso de si”, trouxe Thomas A. Watson a correr não só devido à aflição do seu empregador, mas porque as palavras tinham sido transportadas pela electricidade até ao quarto de Watson e reproduzidas claramente no seu aparelho de recepção.

(Tradução livre do original: Stephen J. Bigelow (ed.), Understanding Telephone Electronics, p. 1, Newnes, 1997)

Pretende-se com este capítulo contextualizar sucintamente o problema abordado neste trabalho no âmbito da investigação neste domínio da engenharia. O texto começa com um preâmbulo histórico que mostra como a comunicação à distância suportada em ondas electromagnéticas resulta de um corpo matemático que foi possível materializar através das leis físicas e através da evolução da tecnologia electrónica.

1.1 – Introdução histórica

Hoje em dia a solução de problemas em Telecomunicações requer contribuições de múltiplos domínios das ciências exactas. A sua enumeração é sempre incompleta e a separação de áreas é difusa. Podem identificar-se áreas como: Física, Matemática, Informática, Inteligência Artificial, Reconhecimento de Padrões, Ciência de Materiais, Fotónica e outras. Mas, não há muito tempo, a realidade era bem diferente e as separações eram claras.

Nesta secção mostra-se uma pequena selecção de acontecimentos científicos que contribuíram directa ou indirectamente para as telecomunicações actuais, escolhendo-se para tal uma via esquemática. A Figura 1.1 pretende relacionar e ordenar alguns aspectos da história da evolução da ciência e tecnologia que, mesmo de forma indirecta, contribuíram para a possibilidade de comunicar à distância. Também se destacam as contribuições decisivas para a comunicação digital em geral, e posiciona-se a primeira referência importante sobre modulações de fase contínua (CPM – *continuous phase modulation*), tema deste trabalho. Muitos outros aspectos, mesmo de extrema relevância na

actualidade, como a evolução das redes de computadores, não são incluídos. Foram adicionadas referências a aspectos menos conhecidos, penalizando uma maior descrição dos que mais frequentemente se encontram na literatura.

Embora se tenha tentado reflectir de forma gráfica os diferentes tipos de relações e factos, essas distinções podem não ser evidentes. Como complemento, e também para uma melhor clarificação, adicionam-se os seguintes comentários (cf. referências numéricas na Figura 1.1):

- (1) A electrodinâmica dos corpos em movimentos de Hertz tem a sua continuação com Feynman, nos anos 50 do século XX, na electrodinâmica quântica (QED – *quantum electrodynamics*) – e.g. [Feyn89].

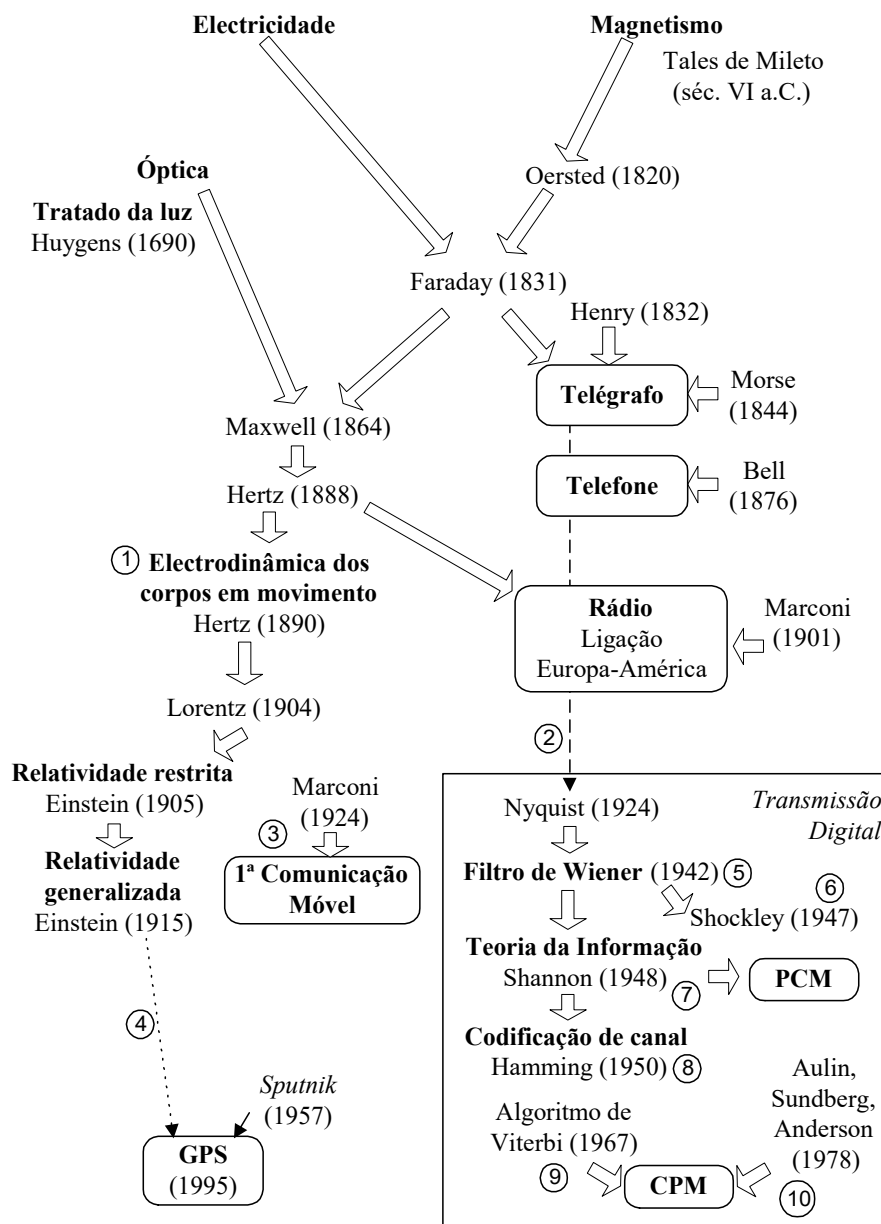


Figura 1.1: Esquematização relacional e cronológica das Telecomunicações (adaptada em parte de [Faro95]).

- (2) O facto de os resultados teóricos de Nyquist terem sido apresentados como aspectos particulares da telegrafia [Nyqu28, Nyqu24] motivou a existência de uma conexão entre este e a transmissão digital. O telégrafo é um sistema intrinsecamente digital, mas note-se que era o único nos anos 20. Nesses artigos, Nyquist mostrou a relação entre o ritmo de transmissão e a largura de banda do sinal, assim como deduziu as características de formatação espectral que devem ser observadas (formatação de Nyquist). As demonstrações de Nyquist eram extensas e prolixas; actualmente as demonstrações desses teoremas são apresentadas nos livros de transmissão de uma forma muito mais clara e compacta, e.g. [Proa01-Sec.9.2.1].
- (3) A primeira comunicação móvel ocorreu em 1924 quando Marconi telefonou, via rádio, de Inglaterra para a Austrália a bordo do seu navio Elettra, equipado com um laboratório experimental [Faro97-p.22].
- (4) Embora pouco notada, existe uma utilização da Teoria da Relatividade no *global positioning system* (GPS). A aplicação de medições temporais suportadas no uso de espalhamento de espectro por sequência directa (e.g. [CoMc86-Cap.9]), implica um rigor temporal refinado por correcções relativistas [PaSp96-Cap.18].
- (5) Wiener abordou o problema da estimação de uma dada forma de onda $s(t)$ distorcida. Estabeleceu as equações que permitem obter o *filtro (de Wiener) óptimo* que minimiza o erro quadrático médio (EQM) da estimação (ver e.g. [Hayk88- Sec.3.12]).
- (6) A referência a Shockley deve-se à invenção da junção semicondutora, o que permitiu o aparecimento do transístor actual. Este avanço foi fundamental para a implementação prática dos sistemas digitais (e.g. PCM – *pulse coded modulation*). Antes estes dispositivos eram implementados com tubos de vácuo, como a “válvula de De Forest” de 1906 (tríodo), surgida como um aperfeiçoamento da “válvula de Fleming” de 1904 (díodo). Lembre-se que a válvula ainda é insubstituível nos andares de amplificação de potência em RF (rádio-frequência).
- (7) A contribuição de Shannon em 1948 foi dupla, feita através de dois artigos publicados nesse ano: um apresentando a *teoria matemática da comunicação* [IEEE93, Shan48], e outro, em co-autoria, apresentando rigorosamente a modulação de impulsos codificada (PCM) [OPSh48] (inventada por Alec Reeves em 1937). A primeira contribuição constituiu os fundamentos da actual *Teoria da Informação*, em particular dos tópicos *codificação de fonte e codificação de canal* (adiante no texto serão brevemente definidas). A segunda contribuição formalizou a concatenação de *amostragem, quantificação e codificação* como sendo o cerne da transmissão digital de sinais analógicos.
- (8) A codificação de canal é fruto de um elevado número de contribuições ao longo dos anos. Por ser usada neste trabalho, refira-se que a primeira referência a codificação convolucional (ver

Secção 3.2 e Anexo B) foi feita por Elias em 1955 [ViOm79-p.286]. Em [CHIW98] é feita uma história da evolução da codificação de canal e das suas aplicações.

- (9) A referência ao algoritmo de Viterbi (descrito no Anexo E) é feita pelo valor intrínseco do mesmo e não apenas pela sua utilização na descodificação de sinais CPM, o que não é mais do que um exemplo do seu domínio de aplicações.
- (10) A modulação CPM, apresentada de uma maneira unificada, surgiu do trabalho de Tor Aulin no final dos anos 70. As primeiras publicações em revista foram [AnTa78, AuSu81, AuRS81].

Uma história das Telecomunicações poderá ser, em parte, consultada em [Faro95], ou, de uma forma resumida, em [CaCR02-Sec.1.3, Seba98-Sec.1.1, Hayk88-Sec.1.4]. A evolução da ciência da propagação electromagnética é o tema de [Faro97]. Os aspectos de comunicação digital estão abordados em maior detalhe em [Proa01-Sec.1.4, Skla88-Cap.1] e a história da evolução do caso particular dos sistemas de comunicações sem fios encontra-se em [RABT02, Pras98-Cap.1]

1.2 – Contexto

Dada a fusão dos sistemas de telecomunicações e dos sistemas de transmissão de dados informáticos, a aplicação dos modelos usados nos segundos faz completo sentido nos primeiros. O modelo OSI (*open systems interconnection*) é o mais comum, definindo os sistemas em sete camadas ou níveis [Tane96-Sec.1.4]:

- 1- Físico;
- 2- Lógico ou de dados;
- 3- Rede;
- 4- Transporte;
- 5- Sessão;
- 6- Apresentação;
- 7- Aplicação.

Um sistema de telecomunicações actual é completamente identificável com o modelo OSI, pelo menos até ao nível de Transporte.

O trabalho desenvolvido nesta tese diz respeito ao nível físico e, em parte, ao nível dois. Os aspectos de modulação e desmodulação constituem de facto o pilar do nível 1 mas a codificação de canal pode, numa interpretação estrita das funções das camadas, ser interpretada como constituinte do nível 2.

A transmissão digital de sinais tem duas grandes vantagens, que se devem à possibilidade de:

- i) reduzir a banda utilizada à custa dum aumento da complexidade da modulação (que se repercute principalmente na complexidade do receptor);

- ii) controlar o desempenho da transmissão, fazendo regenerações periódicas ao longo da cadeia de transmissão, detectando e corrigindo erros ocorridos no fim de cada troço.

A transmissão digital estará brevemente em todos os sistemas de telecomunicações. O último resíduo da transmissão analógica tem sido a difusão comercial de televisão e rádio. Em todos os outros sistemas, a transmissão digital é já uma tecnologia padrão. O esquema de blocos dos sistemas de transmissão digital, representado na Figura 1.2, é já o paradigma do nível físico dos sistemas de telecomunicações. Nessa figura destacam-se os módulos que são abordados nesta tese.

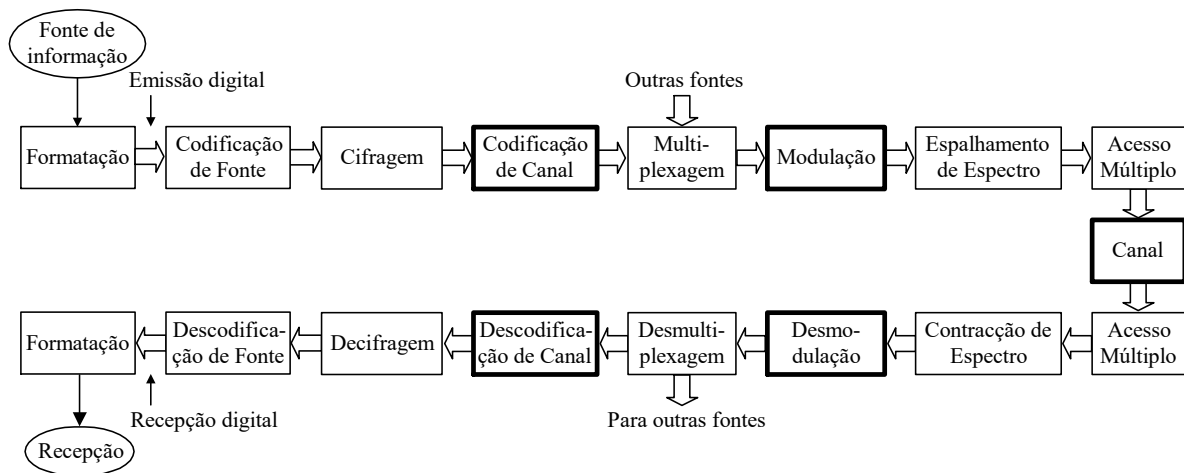


Figura 1.2: Blocos constituintes de um sistema de transmissão digital. Destacam-se os módulos que são objecto de investigação neste trabalho.

Quando se quer efectuar uma transmissão num certo meio físico interessa que o sinal a propagar seja adaptado às condições desse canal. Tal adaptação implica quase sempre que um sinal seja transmitido de forma a ocupar um domínio de frequências no qual as condições de transmissão sejam as melhores possíveis. Para além disso pode ser útil acomodar vários sinais, transmitindo-os em frequências disjuntas. O processo que realiza esta mudança de frequência é a *modulação*. Consiste em mapear o sinal de informação num ou mais parâmetros físicos de uma onda sinusoidal (amplitude, frequência ou fase¹), variando esses parâmetros ao longo do tempo. Diz-se que a modulação é *analógica* se existir uma proporcionalidade entre o(s) parâmetro(s) físicos e o sinal, isto é, se a variação dos parâmetros for *análoga* à do sinal. A *modulação digital* possui todas as características da analógica, porém é útil adicionar-se um novo conjunto de conceitos que facilitam a análise destas modulações.

A *codificação de fonte* tem a função de reduzir a redundância de uma fonte de mensagens (discretas

¹ A fase e a frequência não são parâmetros independentes.

ou de natureza contínua). Este conceito será retomado em 2.1.2.

A *codificação de canal* é o processo pelo qual se introduz redundância na sequência de símbolos de informação a emitir de forma a que, mesmo com a existência de erros na sequência total transmitida, seja possível reduzir o número de erros na sequência original, quando comparada com a transmissão não codificada.

A *desmodulação* é o processo que permite recuperar o sinal mapeado num nos parâmetros da portadora (amplitude, frequência ou fase – embora a fase e frequência estejam intrinsecamente ligadas).

Chama-se *detecção* ao processo de decisão dos símbolos recebidos, de entre um conjunto finito de símbolos possíveis. Por outro lado, quando se pretende recuperar um sinal contínuo a partir de uma forma corrompida do mesmo, gerando um sinal que se aproxime dele, estamos perante um processo de *estimação* (e.g. estimação de um canal) [Tree68].

De uma forma simplificada, é possível identificar três grupos distintos de receptores digitais:

– *Coerente ou síncrono:*

- Os receptores usam um oscilador local que reproduz uma sinusóide com uma frequência e fase iguais à da portadora emitida.
- É feita uma correlação com as réplicas de todos os símbolos de canal possíveis.
- A decisão baseia-se numa comparação de uma medida de semelhança obtida a partir das correlações.

Estes receptores podem ser usados, por exemplo, nas modulações PSK (*phase shift keying*), FSK (*frequency shift keying*), ASK (*amplitude shift keying*) e CPM.

– *Não coerente (ou detector de envolvente):*

- Não explora como referência a informação da fase.
- Os receptores são menos complexos mas o desempenho é pior que o dos receptores coerentes.

Este tipo de detecção pode ser aplicada, por exemplo, em FSK, ASK, DQPSK (*differential quadrature PSK*) e também na CPM.

– *Diferencial:*

A informação é associada a diferenças relativas entre símbolos (e.g. fases diferentes), de forma a que a informação absoluta sobre um símbolo é dispensável, sendo requerida apenas conhecer a diferença entre símbolos (e.g. o avanço ou o atraso da fase).

A procura de esquemas de modulação e codificação de canal em telecomunicações digitais é

sempre feita com o objectivo da obtenção de eficiências espectrais e de potência o mais próximas possíveis da capacidade do canal (ver Secção 2.1.3 e cf. Figura 2.2). Porém, quando se tem de escolher uma modulação para um sistema real é preciso também ponderar as limitações técnicas da sua implementação. Ainda recentemente concluía-se que a solução ideal para transmissão sem fios em ambientes interiores com antenas directivas era a comum BPSK (*binary PSK*) [DrGr95]. A existência de desvanecimento em canais de rádio móvel [Skl97a] faz com que a eficiência de banda possa ser um objectivo secundário face à eficiência de potência. Esta não pode ser descurada devido às restrições das baterias dos terminais móveis. Estas características explicam em parte o porquê do uso comum da codificação de canal (degradando a eficiência espectral) nos sistemas de transmissão rádio.

Em [Bigl02, RABT02] descrevem-se dos problemas e soluções disponíveis na área da transmissão digital codificada em canais sem fios. Algumas soluções são: diversidade espacial com codificação espaço-tempo (e.g. [MoKS00-Cap.2]), modulação codificada em treliça (TCM – *trellis coded modulation*) (e.g. [BDMS91]), entrelaçamento (e.g. [HeWi99-Cap.3]), e controlo de potência com estimação do canal (e.g. [NuLe98]). O artigo [Bigl02] parte do problema inicial de Shannon (ver Cap. 2), isto é o limite de capacidade de um canal, e depois mostra as soluções já encontradas no sentido de se chegar próximo desse limite, salientando os compromissos inerentes à escolha das técnicas disponíveis.

A amplificação não linear é ainda um problema incontornável nos sistemas sem fios. As modulações com variação da envolvente implicam um dispêndio de potência em componentes contínuas no amplificador para suportar um modo linear de operação, diminuindo fortemente o rendimento energético dos amplificadores. Em [Dini01-Cap.3] encontra-se uma abordagem analítica da distorção causada pelas não linearidades na amplificação e em [Dini01-Apêndice C] é mostrado um resumo das características de transferência mais comuns que aproximam o comportamento dos amplificadores reais. Assim, interessa usar modulações que sejam o menos possível sensíveis à não linearidade na amplificação da amplitude.

Na

Tabela 1.1 indicam-se os sistemas de comunicações sem fios mais importantes e a respectiva modulação usada. É de notar que a modulação GMSK foi escolhida na maioria dos sistemas digitais. Ir-se-á ver no Capítulo 3 que essa modulação é um caso particular da família CPM, a família de modulações a abordar neste trabalho. A modulação $\pi/4$ -DQPSK ($\pi/4$ – *differential QPSK*) é escolhida por motivos semelhantes. A sua constelação é composta por 2 constelações QPSK desfasadas de $\pi/4$. No fim de cada intervalo de símbolo a fase pertence alternadamente a uma das duas constelações quaternárias. A modulação $\pi/4$ -DQPSK tem precisamente a vantagem de as transições entre os símbolos da constelação se fazer sem passagem pela origem do plano complexo (ver [JeBS00-

Sec.8.7.2.1]). Além disso permite que a desmodulação possa ser feita de forma diferencial e até mesmo de uma forma não coerente.

Tabela 1.1: Modulações usadas em sistemas de comunicação sem fios [Pras97-p.6, MoKS00-Cap.9].

<i>Sistema</i>	<i>Origem</i>	<i>Modulação</i>
AMPS (<i>advanced mobile phone system</i>)	EUA	FM analógico
GSM (<i>global system for mobile communications</i>) / DCS-1800 (<i>digital cordless system</i>)	Europa	GMSK
PCS-1900 (<i>personal communication system</i>)	Europa	GMSK
DECT (<i>digital enhanced cordless telephone</i>)	Europa	GMSK
IS-54 / IS-136 (<i>inter-standard 54 / 136</i>)	América do Norte	$\pi/4$ -DQPSK
IS-95 (<i>inter-standard 95</i>)	América do Norte	BPSK/QPSK
PDC (<i>Pacific digital cellular</i>) / PHD (<i>personal handyphone system</i>)	Japão	$\pi/4$ -DQPSK
CT2 (Canadian telephones 2)	Canadá	GMSK
IEEE 802.11:	IEEE ²	BPSK, QPSK, OFDM ³
Bluetooth	ITU ⁴	GMSK
UMTS (<i>universal mobile telecommunications system</i>)	Europa	BPSK, QPSK não balanceado ⁵

Embora as modulações usadas nas comunicações móveis actuais sejam de famílias de complexidade reduzida (M -QAM⁶, M -PSK⁷, GMSK⁸), as suas eficiências espectrais e de potência introduzem limitações na camada física das telecomunicações sem fios que se propagam até às camadas de serviços. Com excepção da GMSK, as modulações referidas, não possuem memória, isto é, o sinal transmitido durante cada intervalo de símbolo depende apenas do símbolo⁹ actual na entrada do nível 1 do modelo OSI sistema de transmissão. Numa modulação com memória há uma dependência quer da entrada actual quer de alguns dos símbolos passados. Em geral, a existência de

² Institute of Electrical and Electronics Engineering.

³ Orthogonal frequency division multiplexing.

⁴ International Telecommunication Union.

⁵ Na ligação móvel-base os ramos I e Q podem ter amplitudes diferentes [HoTo00-Sec.6.3, Dahl98].

⁶ M -ary quadrature amplitude modulation.

⁷ M -ary phase shift keying.

⁸ Gaussian-shaped minimum shift keying.

⁹ Não se refere "bit" porque à entrada da modulação podem já estar símbolos resultantes de uma codificação de

memória contribui para uma melhor eficiência de potência, devendo-se isso a um aumento da distância euclidiana (ver Secções 2.2.1 e 3.1.4) entre as sequências possíveis. Lembre-se que o ganho de potência conseguido aquando da introdução de codificação de canal acontece devido à introdução de memória, ou redundância, no processo de codificação. A CPM é uma modulação com memória que advém precisamente da imposição de continuidade na fase. Essa memória introduz um ganho de potência, conseguido-o sem a introdução dos bits redundantes característicos da codificação de canal. Um outro exemplo de modulação com memória são os sistemas de resposta parcial. Este tipo de formatação também pode ser definido em CPM, como se verá na Secção 3.1.1.

O receptor é desenvolvido neste trabalho num contexto de *rádio por software*, ou seja, em que existe uma capacidade de reconfiguração do nível físico. As reconfigurações devem ser feitas de forma adaptativa, conforme as condições de transmissão. Assim, o receptor é estruturado de uma forma independente dos esquemas CPM e dos códigos de canal. A escolha da modulação e da codificação podem assim ser negociados entre o receptor e o emissor antes de cada transmissão, e mesmo mudar quando houver alterações nas condições médias do canal. O conceito de *rádio por software* é a solução em desenvolvimento pelos maiores fabricantes de equipamento de redes de serviços móveis. Surgiu da necessidade de integrar numa só estação base vários sistemas (GSM, UMTS, IS-95, e outros). Ultrapassando essa fase, o mesmo se tentará fazer nos terminais pessoais. Nas referências [ZhSY01, MoKS00-Cap.6] é apresentado o *estado da arte* dos conceitos e da tecnologia disponível neste campo.

Até agora o processamento de sinal (DSP) em banda-base era feito numa pastilha (*chip*) de silício enquanto o andar de RF tinha de ser feito em separado num substrato de GaAs. O fabrico em GaAs permite, graças ao substrato isolante, a existência de componentes passivos (bobinas e condensadores) com factores de qualidade razoáveis, integrados com dispositivos activos. Esse tipo de implementação foi até agora impossível em CMOS devido às perdas ocorridas no substrato às frequências de interesse, impondo baixos factores de qualidade aos filtros. Porém as tecnologias de GaAs tem uma baixa escala de integração quando comparadas com as tecnologias de silício – em particular com a CMOS – e o seu custo é mais elevado. A concretização de componentes passivos em CMOS de 2 a 10 GHz permitirá muito em breve uma integração completa dum receptor numa só pastilha MMIC (*monolithic microwave integrated circuit*) [Fort01]. O processamento de banda-base proposto na tese deve ser entendido neste contexto: a antevisão de um só *chip* monolítico que inclua o andar de RF e o processamento digital (DSP).

canal (ver Secção 3.2).

1.2.1 – A investigação em CPM

A CPM é uma modulação atraente quer em termos de eficiência de banda quer de potência. Esta última pode ser incrementada através da adição de codificação de canal. Por ser uma modulação apenas de fase, a envolvente do sinal possui amplitude constante, sendo possível fazer uma amplificação não linear. Sabe-se que o uso de amplificadores de RF a funcionar em saturação conduz a ganhos de potência de 2 a 3 dB [SiWa01, AnSu91]. Ao usar-se CPM, este ganho *deve* ser atribuído ao uso da modulação de fase e deve ser adicionado ao ganho proveniente da existência de memória (ver Secção 3.1.5), justificando a boa eficiência de potência que advém do uso da CPM nos sistemas com tais limitações.

Sendo o nível do sinal recepcionado dependente do desvanecimento, é desejável que as modulações não transportem a informação na amplitude. O facto de, em CPM, a informação estar apenas associada à fase, torna-a adequada para canais com desvanecimento de amplitude – e.g. [Rimo89].

Uma outra vantagem da CPM é o facto da suavidade das transições de fase permitir uma boa eficiência espectral e, principalmente, conduzir a um decaimento espectral muito acentuado (ver Secção 3.1.5). A eficiência espectral pode ser melhorada aumentando a suavidade do impulsos de frequência, $g(t)$, ou reduzindo o índice de modulação, h [AnSu91, Sund86]. Estes aspectos serão abordados no Capítulo 3.

O uso de esquemas complexos de modulação com memória e não lineares¹⁰ tem sido até agora proibitivo devido à complexidade (finita) do emissor e, principalmente, do processo de detecção com o algoritmo de Viterbi (AV). A utilização conjunta de codificação de canal, de forma a se introduzir memória adicional, complica ainda mais o problema. A evolução da tecnologia de processamento digital de sinal (DSP- *digital signal processing*) permite prever a aplicação de esquemas complexos de modulação codificada. O tema está a gerar investigação financiada por fabricantes europeus [SvSv99a-c]. Um primeiro passo foi a aplicação de CPM em sistemas de rádio fixo (feixes hertzianos convencionais e FWA – *fixed wireless access*). O objectivo actual é a sua aplicação em redes locais sem fios (WLAN – *wireless local area network*) e em terminais de comunicação pessoal.

A primeira fase da investigação em CPM foi levada a cabo pelos autores da mesma que fizeram uma análise exaustiva da modulação nos artigos [AuSu81, AuRS81]. A análise estendeu-se ao estudo qualitativo e quantitativo que os parâmetros de formatação dos sinais CPM (definidos na Secção 3.1.1) produzem, quer nas características espectrais, quer na eficiência de potência. Numa segunda fase os mesmos autores definiram o receptor óptimo para o caso de existir apenas ruído aditivo branco e

¹⁰ Uma modulação pode ter memória e ser linear [Proa01-Sec.4.3.2]. A memória introduzida é caracterizável em termos de cadeias de Markov (Anexo D).

gaussiano (AWGN – *additive white gaussian noise*). Em face da sua enorme complexidade, os autores propuseram algumas técnicas para uma detecção sub-ótima [AnAS86-Cap.8]. Foi abordado aí pela primeira vez o problema da redução da complexidade. A proposta baseava-se na utilização no receptor de impulsos de fase mais simples do que os emitidos, e que apenas aproximam estes últimos. Os resultados destas duas fases de investigação foram mais tarde compilados no livro [AnAS86] e, de forma resumida, no artigo [Sund86].

Posteriormente, a procura de bons esquemas de concatenação de codificação de canal com CPM, o tópico mais prolífico, constituiu a terceira vaga de pesquisas. Inicialmente o estudo recaiu sobre a concatenação tal como será apresentada na secção 3.2 [HoMc88, MoPa88, PiWi85, LiSA84]. Os resultados mais importantes já tinham sido obtidos por Anderson, Aulin e Sundberg, e apresentados em apêndice no seu livro [AnAS86-Apêndice D]. Uma segunda linha de investigação foi iniciada em 1989 por Rimoldi, em que parte do processo de modulação é otimizado conjuntamente com o codificador [Rimo89]. Em [AnSu91] foi apresentado um resumo dos resultados conhecidos para esquemas mono-*h* e o mesmo foi feito em [SaMo91] para os multi-*h*. A incorporação de CPM em sistemas do tipo TCM foi especificamente estudada em [NaSt01, ViMe00, YLBY99, BDMS91].

Só a partir dos finais dos anos 90 é que finalmente a investigação se debruçou sobre o problema da complexidade dos receptores. A procura de receptores de CPM sub-ótimos eficientes¹¹ pode ser seguida em [DuPr01b, NaSt01, SiWa01, BaFi00, DuPr00, ViMe00, LeBW00, TaSh00, SzPa99, Fons99, Simm99, SvSv99a-b]. Os trabalhos da referência final foram iniciados no princípio dos anos 90 por Svensson [Sven91], tendo sido recentemente retomados, uma vez que se provou ser uma linha de investigação proveitosa. É precisamente nesta linha que a tese se enquadra.

Refere-se por fim o *search algorithm* [Auli99], que é um algoritmo de detecção de sequência com redução de estados (RSSD – *reduced states sequence detection*). Ele é uma generalização do algoritmo óptimo de detecção de sequências por máxima verosimilhança (MLSD – *maximum likelihood sequence detection*), i.e., do AV, descrito no Anexo E. A sua aplicação em CPM foi proposta em [Cede00, SvSv99a-b]. O algoritmo baseia-se numa separação dos estados em diferentes classes e na memorização de apenas alguns caminhos dentro de cada classe, sendo apenas esses os que irão competir entre si na iteração seguinte.

Estas e outras linhas de investigação irão ser referidas no último capítulo da tese. Não se deve esquecer que os resultados têm sido sempre obtidos com receptores projectados para o canal apenas com AWGN, logo não ótimos quando o canal possui desvanecimento. O termo *sub-ótimo* é aplicado no sentido de uma detecção não óptima, implementada com o objectivo de simplificar o receptor,

¹¹ Não se usa a expressão *detecção óptima* pois essa é conseguida com o AV, o que desde cedo foi conhecido [AnAS86, Sund86].

sendo esse termo aplicável mesmo no caso de apenas existir distorção aditiva gaussiana. Este carácter de recepção não óptima será reforçado aquando da detecção de sinais com desvanecimento.

1.2.2 – Objectivos e contributos

Este trabalho tem os seguintes objectivos:

- Identificar os esquemas CPM, concatenados ou não com codificação de canal, com melhores características conjuntas de eficiência de banda, eficiência de potência e complexidade;
- projectar um receptor simples para recepção de sinais com modulação de fase contínua;
- investigar o impacto isolado de cada proposta de redução da complexidade no processo de detecção dos sinais, assim como o impacto provocado pelo seu uso simultâneo;
- propor e testar esquemas de CPM adequados ao uso conjunto com o receptor projectado, em canal com ruído e desvanecimento rápido uniforme.

Apresenta-se um receptor que permite que as vantagens da modulação de fase contínua possam ser aproveitadas em comunicações pessoais e móveis, uma vez que elimina o problema da complexidade dos receptores. Concebe-se um receptor para a detecção de uma sub-classe de sinais CPM que compreende os esquemas mais atraentes conhecidos, em termos de largura de banda usada e ganho alcançado face às modulações mais comuns usadas nos sistemas de comunicação sem fios.

São fornecidas três soluções conjuntas de esquemas CPM e receptores (definidos pelos parâmetros de redução de complexidade em cada etapa) que devem ser escolhidos consoante as restrições de desempenho, largura de banda, ou complexidade da aplicação em causa.

No âmbito da investigação desenvolvida, o receptor para o caso particular das modulações MSK ou GMSK que pode possuir aplicação imediata na indústria de comunicações móveis, uma vez que não implica qualquer alteração das modulações já usadas nas redes existentes.

1.3 – Estrutura da tese

O texto está organizado em 6 Capítulos e 11 Anexos.

Para além desta introdução, o texto prossegue no Capítulo 2 com a exposição de alguns conceitos que fornecem as ferramentas básicas de análise da comunicação digital. Faz-se uma introdução à

comunicação digital, realçando-se a sua conexão com a teoria de espaços de sinais e a Teoria da Informação. Dada a extensão desses temas, o que foi considerado relevante para a inclusão nesse capítulo resulta de uma subjectividade condicionada pelo trajecto pessoal do autor nestas matérias.

No Capítulo 3 define-se a modulação estudada e a estrutura da sua concatenação com codificação de canal. São descritos os parâmetros de formatação CPM, enunciando-se as implicações de cada um. Apresenta-se uma formulação geral da modulação de fase e mostra-se que algumas modulações muito conhecidas são instâncias do caso CPM. Aborda-se a concatenação de CPM com codificação convolucional e são feitas comparações em termos de eficiência de banda e potência entre vários esquemas CPM, codificados ou não, para além duma comparação com modulações de outro tipo. No fim apresentam-se duas formas diferentes para interpretar os sinais CPM: as decomposições de Laurent e de Rimoldi.

No Capítulo 4 aborda-se o problema da detecção de CPM. Mostra-se o receptor óptimo, realçando a sua complexidade. Apresenta-se o receptor proposto, a forma de o implementar, e todos os conceitos subjacentes: mapeamento em espaços de dimensão finita, derivação simplificada de métricas e o algoritmo de detecção de sequências com redução do número de estados.

O Capítulo 5 começa por mostrar os resultados do desempenho do receptor proposto na detecção de sinais afectados por AWGN. Numa segunda parte apresenta-se o modelo do canal rádio que também servirá de ambiente de teste. Serão aí apresentados os resultados que sustentam a proposta efectuada neste trabalho, verificando-se que o receptor simplificado proposto permite uma detecção da CPM com um desempenho quase óptimo.

O sexto e último capítulo é reservado para as conclusões e para uma perspectiva sobre o futuro da pesquisa e implementação tecnológica de sistemas com CPM em geral, assim como sobre a investigação futura a fazer sobre o receptor proposto.

Os primeiros 10 anexos expõem com maior pormenor alguns tópicos abordados no texto, incluindo descrições complementares e adjuvantes à compreensão do texto principal. Os anexos também incluem a validação do método de simulação usado. No último anexo indica-se o *software* que foi utilizado na realização deste trabalho. A ordem dos anexos é a que resulta da sua chamada ao longo dos capítulos principais, exceptuando as chamadas neste capítulo introdutório.

O texto foi formatado respeitando as recomendações para a escrita de documentos científicos, recentemente adoptados como padrão para as comunicações e publicações no IEEE – disponível nas páginas de Internet das conferências das sociedades do IEEE.

Uma nota final sobre as referências: foi usada uma das duas notações recomendadas pelo Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores do Instituto Superior Técnico de Lisboa para a elaboração de relatórios. As referências são construídas com as iniciais dos autores, num

máximo de 4, justapostas ao ano de publicação. Em caso de coincidências, é adicionada uma distinção pertencente ao conjunto {a, b, c, ...}. Exceptua-se o caso da publicação ser um documento técnico de uma instituição em que a referência indica as 4 primeiras letras da sigla da instituição. Quando a referência é um livro é justaposta a(s) página(s) específica(s) ou a secção do livro que importa no caso. As referências múltiplas são ordenadas por ordem cronológica inversa, uma vez que se pressupõe que as mais recentes compreendem os resultados de anterior publicação. Em alguns casos excepcionais a ordenação das referências é feita segundo um critério de relevância.

Capítulo 2

Conceitos em comunicação digital

Antes dos alunos entrarem na sala, Duarte Pacheco preparava previamente o quadro com a lição. Os primeiros alunos a entrar viam-no a terminar a escrita das expressões matemáticas. Descia do estrado e, contemplando o quadro, surpreendiam-no a excluir para si próprio:

"- Que beleza..., que beleza...!"¹

Neste capítulo expõem-se os graus de liberdade disponíveis no projecto de sistemas digitais em termos de eficiência espectral e de potência. Mostra-se como estas estão interligadas através da *capacidade do canal* quando o ruído é branco e gaussiano, e justifica-se o uso corrente desse modelo de ruído. Numa segunda parte, apresenta-se a sinalização digital como uma instância dos espaços lineares euclidianos, evidenciando-se a utilidade das operações definíveis nesse contexto.

2.1 – Comunicação digital no contexto da Teoria da Informação

2.1.1 – Entropia e capacidade

A quantidade de informação associada a um símbolo, s_i , pertencente a uma fonte discreta definida pela variável aleatória (VA) X , com probabilidade P_i , é [IEEE93-pp.5-6, Shan48]

$$I(s_i) = \log_2 \left(\frac{1}{P_i} \right) = -\log_2(P_i) \quad [\text{bits}] \quad (2.1)$$

A informação é assim quantificada desde o primeiro trabalho de Shannon. Na introdução do seu artigo [Shan48], Shannon apontou três motivações para a essa escolha, no entanto são todas de carácter heurístico. Em [Ash65-Sec.1.2] é possível ver a demonstração de que tal escolha é a única possível para a representação da quantidade de informação quando são impostos 4 axiomas. Na verdade essa demonstração é mais geral; prova a unicidade da expressão de uma outra grandeza: a

¹ Fonte: Prof. J. Hermano Saraiva *in* RTP. Duarte Pacheco (1899-1943) era professor no IST.

entropia. Esta é uma medida da desorganização existente numa fonte discreta. O seu valor reflecte a média estatística da quantidade de informação dos N_{sf} símbolos da fonte:

$$H(X) = \sum_{i=1}^{N_{sf}} P_i \log_2 \left(\frac{1}{P_i} \right) \quad [\text{bits/símbolo}] \quad (2.2)$$

A entropia pode ser interpretada como sendo o número mínimo de perguntas de resposta binária *sim/não* necessário para identificar um evento da VA (ver [Ash65-Sec.1.3]). Note-se que a codificação de fonte realizada com o algoritmo de Huffman [Hayk88-Sec.2.3] (cf. Secção 2.1.2) resulta de uma implementação directa desta interpretação.

É possível estender esta definição a fontes com distribuições contínuas definindo uma entropia diferencial:

$$h(X) = \int_{-\infty}^{\infty} p_X(x) \log_2 \left(\frac{1}{p_X(x)} \right) dx. \quad (2.3)$$

Em rigor, uma fonte desse tipo tem uma entropia infinita mas, discretizando a função densidade de probabilidade (fdp), a entropia diferencial permite comparar entropias desde que as distribuições sejam discretizadas com os mesmos intervalos Δx . A entropia real da fonte é [Hayk88-p.42, CoTh91-p.224]

$$\begin{aligned} H(X) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} p_X(x) \Delta x \log_2 \left(\frac{1}{p_X(x) \Delta x} \right) \\ &= h(X) - \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \log_2 \Delta x. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Como seria de esperar, $H(X)$ é infinita quando $\Delta x=0$, mas a sua definição permite fazer comparações, com a restrição mencionada.

A entropia condicional, $H(X|Y)$, é a entropia que resta acerca de X após a observação de Y , ou seja após a distorção causada pelo canal. Interessa pois que $H(X|Y)$ seja pequena e, por simetria, que a entropia condicional $H(Y|X)$ também seja pequena. Estas entropias dependem apenas de $p(y|x)$ (e.g. [CoTh91-p.16]), ou seja, duma estatística do canal.

Sendo a informação mútua (e.g. [ViOm79-Sec.1.2])

$$I(X;Y) = H(X) - H(X|Y) \quad (2.5)$$

define-se a capacidade do canal, C_c , como sendo o máximo de (2.5) em todas as fdp $p_{X_j}(x_j)$ possíveis [Shan48-Parte I, IEEE93-p.36]:

$$C_c = \max_{p_{x_j}(x_j)} I(X;Y) \text{ [bits/símbolo]}. \quad (2.6)$$

Note-se que a informação mútua é a intersecção das entropias condicionais $H(Y|X)$ e $H(X|Y)$, tal como se representa na Figura 2.1.

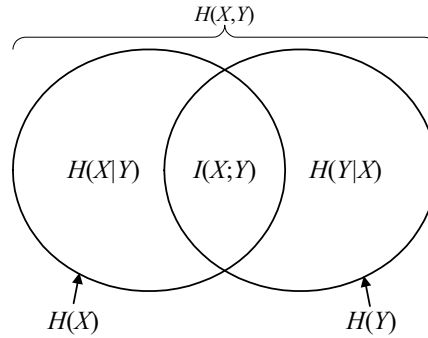


Figura 2.1: Esquematisação das relações entre as várias entropias associadas à fonte, X , e às observações, Y (adaptada de [Hayk88] e [CoTh91]).

É esta informação mútua que interessa maximizar de forma a que em termos de informação as variáveis X e Y estejam completamente “acopladas”, isto é, que o conhecimento de uma forneça de imediato o conhecimento da outra.

2.1.2 – Entropia e codificação de fonte

Os símbolos binários que descrevem os eventos de uma fonte discreta com entropia $H(X)$, tal como descrita na secção anterior, devem ser mapeados no menor número possível de bits, sendo essa a função da codificação de fonte (já referida nas Secções 1.1 e 1.2) ou *compressão de fonte*. O caso mais comum é o uso de esquemas de codificação com blocos de dimensão variável. A cada um dos N_f símbolos de fonte é associado um bloco de n_i bits, sendo o número médio de bits por símbolo de informação a transmitir

$$\bar{N}_b = \sum_{i=1}^{N_f} n_i P(x_i). \quad (2.7)$$

Os algoritmos de compressão de fonte devem minimizar \bar{N}_b . Este valor está inferiormente limitado pelo valor da entropia da fonte (cf. 2.1.1) fazendo por isso sentido definir a eficiência de compressão, ζ_c , pela razão ($\in [0, 1]$)

$$\zeta_c = \frac{H_X}{\bar{N}_b}. \quad (2.8)$$

Os códigos de compressão mais simples são os de Shannon-Fano, de Huffman (cf. Secção 2.1.1) e

a *codificação aritmética* [CoTh91-Cap.5]. Estes algoritmos de compressão tendem a associar os elementos da fonte de ocorrência mais provável a um menor número de símbolos do alfabeto disponível. Todos eles dependem do conhecimento prévio da distribuição $P_X(x)$ da VA da fonte. Um método não dependente dessa informação diz-se *universal*. A codificação universal mais comum é a de Lempel-Ziv [CoTh91-Sec.2.10, Proa01-Sec.3.3.3]. Neste caso não existe uma codificação de blocos imediata. O algoritmo depende da criação duma tabela temporária e realiza uma codificação de blocos recursiva e baseada nessa tabela. A primeira etapa da codificação consiste em dividir a sequência de dados em sub-sequências de bits que ainda não tenham ocorrido anteriormente. Essas “frases” são colocadas sequencialmente nas posições da tabela referida. Cada palavra de código a transmitir é composta pela justaposição do endereço duma “frase” ao novo bit que define uma nova frase (de tamanho superior). O receptor recebe as palavras de código e constrói uma tabela de idêntica à do emissor que lhe permite descomprimir a informação.

A codificação de fontes contínuas é tratada de uma forma distinta. O problema passa a ser o da procura duma *quantificação escalar ou vectorial* óptima. Este assunto é abordado com detalhe em [GeGr92-Caps.5-8 e 10-11] e mais sucintamente em [Proa01-Sec.3.4]

2.1.3 – Caso com ruído aditivo gaussiano

O ruído considerado na maior parte dos canais é o ruído branco gaussiano. Isso acontece porque a fdp gaussiana

$$p_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}} \quad (2.9)$$

é a função que maximiza a entropia diferencial (2.3) impondo a condição necessária duma fdp,

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_X(x) dx = 1 \quad (2.10)$$

e fazendo com que o seu segundo momento seja

$$\int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 p_X(x) dx = \sigma_x^2 = c'^e \quad (2.11)$$

onde μ_x é a média e σ_x^2 a variância.

O problema de maximização definido é resolúvel através do método dos multiplicadores de Lagrange, sendo (2.9) a sua solução única [Hayk88-Sec.2.8]. Esta abordagem pode constituir uma demonstração do conhecido Teorema do Limite Central admitindo como postulado que a entropia deve ser máxima quando o número de VA's tende para infinito.

Recorrendo aos conceitos de energia média de bit, E_b , energia média de símbolo, E_s , e potência de um sinal, P , a capacidade de canais com AWGN é (e.g. [Skla88-p.385])

$$C_c = B_C \log_2 \left(1 + \frac{E_s}{N_0} \right) = B_C \log_2 \left(1 + \frac{E_b}{N_0} \frac{C_c}{B_C} \right) = B_C \log_2 \left(1 + \frac{P}{N_0 B_C} \right) \quad [\text{bps}] \quad (2.12)$$

onde B_C é a largura de banda disponível no canal e N_0 é a densidade espectral de potência (DEP) unilateral do ruído. Em (2.12) usou-se também o facto de $E_s = \zeta \cdot E_b$, sendo ζ a *eficiência espectral* definida pela razão entre o ritmo binário e a largura de banda considerada (sendo neste caso $B_\varepsilon = B_C$):

$$\zeta = \frac{R_b}{B_\varepsilon}. \quad (2.13)$$

Existem várias definições possíveis para a *largura de banda*, sintetizadas em [BeBC87, Rodr97-Sec.2.3.1]. É necessário que as comparações espectrais se refiram sempre à mesma definição. Neste trabalho a largura de banda após a filtragem de emissão é identificada como sendo a largura de banda que contém $\varepsilon \times 100\%$ da potência do sinal, e é definida por

$$\frac{\int_{f_c - B_\varepsilon}^{f_c + B_\varepsilon} S(f) df}{\int_{-\infty}^{\infty} S(f) df} = \varepsilon \quad (2.14)$$

sendo $S(f)$ a DEP do sinal modulado.

Fez-se $C_c = R_b$ pois a capacidade é o ritmo binário máximo. Apresenta-se a capacidade em termos de E_b/N_0 em vez da relação sinal-ruído (SNR – *signal to noise ratio*) por ser mais adequada a uma comparação de modulações digitais. A última igualdade de (2.12) deve-se ao facto de

$$P = \frac{E_b}{T_b} = E_b R_b. \quad (2.15)$$

Escrevendo (2.12) na forma

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{2^{C_c/B_C} - 1}{C_c/B_C} = \frac{2^\zeta - 1}{\zeta} \quad (2.16)$$

é possível traçar a curva da Figura 2.2.

O teorema da capacidade de Shannon (e.g. [Skl88-Sec.7.4]) garante que existirão esquemas de transmissão digital (modulação e codificação) que permitirão uma taxa de erros (BER – *bit error rate*²) tão perto de zero quanto se queira desde que se trabalhe na região abaixo de C_c (conforme a Figura 2.2). Contudo, o teorema não fornece qualquer indicação sobre a técnica que permite essa transmissão. A procura desses esquemas tem sido a tarefa da investigação nesta área.

A partir de (2.16) verifica-se que

$$\lim_{B_c \rightarrow \infty} \frac{E_b}{N_0} = \lim_{B_c \rightarrow \infty} \frac{2^{C_c/B_c} - 1}{C_c/B_c} = \lim_{B_c \rightarrow \infty} \frac{1 \cdot 2^{C_c/B_c} \cdot \ln 2 - 0}{1} = \ln 2 = 0.69 \quad (2.17)$$

onde se levantou a indeterminação através da regra de L' Hopital sobre a variável C_c/B_c . Assim, mesmo ocupando uma largura de banda infinita, não existe nenhum esquema de modulação que permita uma probabilidade de erro, P_b , arbitrariamente pequena quando E_b/N_0 é inferior a -1.6 dB (ver assíntota na Figura 2.2).

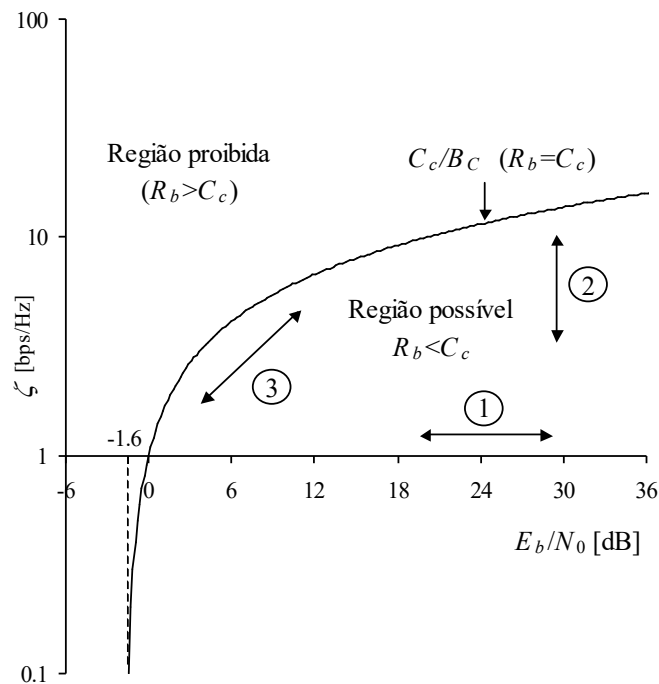


Figura 2.2: Diagrama de eficiência em banda e potência no caso de AWGN.

Na Figura 2.2 assinalam-se três estratégias possíveis na escolha de um esquema de transmissão, correspondendo a deslocamentos do ponto de operação segundo as direcções representadas:

- (1) Troca³ de eficiência de potência, E_b/N_0 , por uma menor probabilidade de erro, P_b , mantendo a

² O mesmo que probabilidade de erro, P_b .

³ Apenas se referem as trocas num dos sentidos de deslocação. As inversas são também válidas.

mesma eficiência espectral, ζ . Corresponde ao traçado de curvas de desempenho (P_b em função de E_b/N_0) para uma dada modulação e codificação;

- (2) Troca de P_b por eficiência espectral, ζ , mantendo a eficiência de potência, E_b/N_0 ;
- (3) Troca de eficiência espectral, ζ , por E_b/N_0 , mantendo o desempenho.

Note-se que as deslocações segundo as linhas 2 e 3 implicam sempre uma alteração da modulação ou da codificação usada.

2.2 – Comunicação digital no contexto dos espaços lineares

As noções de bases e distâncias usadas em espaços lineares [Maga92-Cap.2] são muito úteis na descrição de sinais de Telecomunicações assim como de sinais que surgem noutras áreas (exemplos em [Simo95-Cap.1]). Nesta secção mostra-se como essas noções permitem obter, de forma simples, resultados para o desempenho de transmissões digitais.

O conceito de *norma* é, desde Euclides (séc. III A.C., e.g. [Silv00]), definido axiomáticamente (e.g. [Simo95-p.74]). Um espaço diz-se *completo* se todas as *seqüências de Cauchy* [Fran69-Sec.2.2] de elementos do espaço têm como limite um elemento pertencente a esse espaço. Um espaço com uma norma definida diz-se um *espaço de Banach* se for completo. Um espaço linear que admite a definição de um produto interno é um *espaço euclidiano* (permitindo a indução de uma norma). Um espaço euclidiano completo é um *espaço de Hilbert*. (Sobre estes conceitos ver [Fran69-Sec.2.2] e [Maga93-pp.107-108].) No Capítulo 4 ver-se-á que a recepção óptima dos sinais CPM baseia-se na interpretação dos mesmos como elementos dum espaço de Hilbert.

2.2.1 – Distância euclidiana e probabilidade de erro

Conhecendo a *distância euclidiana* (DE) entre os sinais $s_i(t)$ e $s_j(t)$, definida no espaço linear Σ ,

$$D_{ij} \equiv \|\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j\| \quad (2.18)$$

a probabilidade $P_e(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j)$ de se detectar $s_j(t)$ quando se enviou $s_i(t)$ com AWGN é facilmente obtida recorrendo à função de erro modificada

$$Q(x) = \int_x^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\lambda^2/2} d\lambda \quad (2.19)$$

ficando

$$P_e(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j) = Q\left(\frac{D_{ij}/2}{\sigma_n}\right). \quad (2.20)$$

Sendo a DE mínima entre todos os sinais de Σ

$$D_{\min} = \min_{i,j} (D_{ij}) \quad (2.21)$$

define-se a *distância euclidiana quadrática mínima normalizada* (DEQMN) como

$$d_{\min}^2 = \frac{D_{\min}^2}{2E_b} \quad (2.22)$$

onde E_b é a energia média de bit, já referida na Secção 2.1.3.

Num tratamento vectorial dos sinais, os *filtros adaptados* de recepção, definidos por pares de Fourier $h_{Rj}(t) \leftrightarrow H_{Rj}(f)$, $j \in \{0, 1, \dots, m-1\}$, devem ter norma unitária de forma a serem elementos duma base do espaço Σ , m -dimensional.

Considere-se um canal com AWGN de DEP bilateral $N_0/2$, já definida na Secção 2.1.3. Usando estes factos e a relação de Parseval, a potência do ruído, σ_n^2 , à saída dos filtros de norma unitária é (supondo ergodicidade [Papo84, Skla88, Simo95])

$$\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H_R(f)|^2 df = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |h_R(t)|^2 dt = \frac{N_0}{2}. \quad (2.23)$$

Usando (2.23) e sendo d_{ij} a normalização de D_{ij} , como definida em (2.22), a expressão (2.20) fica

$$P_e(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j) = Q\left(\sqrt{\frac{d_{ij}^2 E_s}{2\sigma_n^2}}\right) = Q\left(\sqrt{d_{ij}^2 \frac{E_s}{N_0}}\right). \quad (2.24)$$

2.2.2 – Majorante *union bound*

Sendo $P(\varepsilon|\mathbf{s}_i)$ a probabilidade de decisão errónea na detecção do símbolo \mathbf{s}_i , e supondo M símbolos equiprováveis, a probabilidade de erro de símbolo média é

$$P_e = \sum_{i=1}^M P(\varepsilon|\mathbf{s}_i)P(\mathbf{s}_i) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M P(\varepsilon|\mathbf{s}_j). \quad (2.25)$$

A soma das probabilidades $P(\varepsilon|\mathbf{s}_i)$ é inferior ou igual à soma de todas as probabilidades de erro entre apenas quaisquer dois símbolos, $P_e(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j)$. Será igual apenas no caso de todas as $P_e(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j)$ serem

disjuntas $\forall i,j$. Assim, (2.24) é majorada por (*union bound*)

$$P_e \leq \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M P_e(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j) \quad (2.26)$$

onde $P_e(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j)$ foi definida na secção anterior.

Na Figura 2.3 apresenta-se um exemplo muito simples em que se pode observar que a zona de probabilidade errónea (totalidade do sombreado) é inferior à soma das áreas associadas às probabilidades $P_e(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)$ e $P_e(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_3)$.

Num canal apenas com AWGN, usando (2.24), o majorante (2.26) é então

$$P_e \leq \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M Q\left(\sqrt{d_{ij}^2 \frac{E_b}{N_0}}\right). \quad (2.27)$$

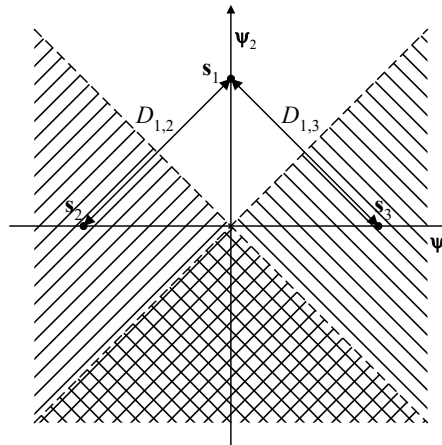


Figura 2.3: Exemplo de uma majoração *union bound* com $M=3$.

Para relações sinal-ruído elevadas, o acontecimento de erro predominante é o associado à distância mínima, d_{\min} , ficando o majorante (2.27) dominado por esse acontecimento. A probabilidade de erro de bit obtém-se afectando P_e de uma constante, C , dependente do espaço de sinais, sendo geralmente próxima da unidade [Rimo89, AnAS86-pp.27-29,p.55]. Tem-se pois:

$$P_e \approx Q\left(\sqrt{d_{\min}^2 \frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (2.28a)$$

$$P_b \approx C \cdot Q\left(\sqrt{d_{\min}^2 \frac{E_b}{N_0}}\right) \approx Q\left(\sqrt{d_{\min}^2 \frac{E_b}{N_0}}\right). \quad (2.28b)$$

Existem outras aproximações mais próximas do desempenho real ([AnAS86-p.28, LaBu90]), mas (2.28b) é uma aproximação razoável, permitindo uma análise apenas dependente de d_{\min}^2 .

2.2.3 – Um caso particular: modulações binárias antipodais

Em modulações binárias antipodais (e.g. 2-PAM⁴, BPSK) e em QPSK tem-se a muito conhecida $d_{\min}^2 = 2$. Estes resultados são normalmente demonstrados na literatura por via de uma representação vectorial de sinais. É esse procedimento que se mostra em seguida, com base na Figura 2.4, onde se subentende o uso da base ortonormada (cf. 5.1):

$$\psi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos(\omega_c t) \quad (2.29a)$$

$$\psi_2(t) = -\sqrt{\frac{2}{T_s}} \sin(\omega_c t). \quad (2.29b)$$

Em BPSK ($M=2$) tem-se:

$$E_s = \|\mathbf{s}_1\|^2 = \|\mathbf{s}_2\|^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2 \Rightarrow D^2 = 4E_s. \quad (2.30)$$

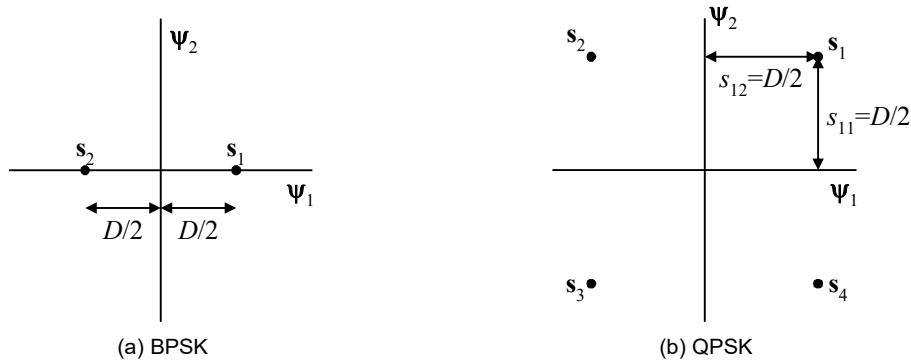


Figura 2.4: Representação vectorial de sinais em modulações particulares.

Em QPSK ($M=4$) tem-se:

$$E_s = \|\mathbf{s}_1\|^2 = \|\mathbf{s}_2\|^2 = \|\mathbf{s}_3\|^2 = \|\mathbf{s}_4\|^2 = (\sqrt{2}s_{11})^2 = (\sqrt{2}(D/2))^2 \Rightarrow D^2 = 2E_s. \quad (2.31)$$

Sendo a relação entre as energia de bit e de símbolo

$$E_b = \frac{E_s}{\log_2 M} \quad (2.32)$$

então é fácil ver que em ambos os casos se tem $D^2=4E_b$, ou seja, a conhecida DEQMN, $d_{\min}^2 = 2$,

⁴ Pulse Amplitude Modulation.

resultando de (2.28b) o conhecido resultado

$$P_b \cong Q\left(\sqrt{2\frac{E_b}{N_0}}\right). \quad (2.33)$$

Em MSK (*minimum shift keying*) também se tem $d_{\min}^2 = 2$, como se mostrará na Secção 3.1.4.

Pode mostrar-se que uma base ortonormada para MSK não é um par de portadoras como (2.29) mas antes um par de portadoras moduladas (e.g. [Hayk88-Sec.7.3]). A modulação pode também ser vista como uma OQPSK (*offset-QPSK*) de impulsos suporte cosenoidais nos ramos em fase (I) e quadratura (Q). Partindo de uma modulação QPSK e atrasando os símbolos transmitidos em quadratura de $T_b = T_s/2$, obtém-se uma modulação OQPSK onde se transmitem $N_s = N_b/2$ símbolos, cada um associado à transmissão simultânea dos bits a_i e b_i em casa um dos ramos:

$$s_I(t) = \sum_{i=1}^{N_s} a_i r_p(t - iT_s) \quad (2.34a)$$

$$s_Q(t) = \sum_{i=1}^{N_s} b_i r_p(t - iT_s - T_s/2). \quad (2.34b)$$

A MSK surge quando se usam impulsos de suporte $r_p(t)$ cosenoidais em (2.34), da forma (ver Figura 2.5)

$$r_p(t) = \cos\left(\frac{\pi t}{T_s}\right) \text{rect}\left(\frac{t}{T_s}\right), \quad t \in \left[-\frac{T_s}{2}, \frac{T_s}{2}\right]. \quad (2.35)$$

Lembre-se que $\text{rect}(t) = 1$ para $|t| < 1/2$ e zero fora desse intervalo.

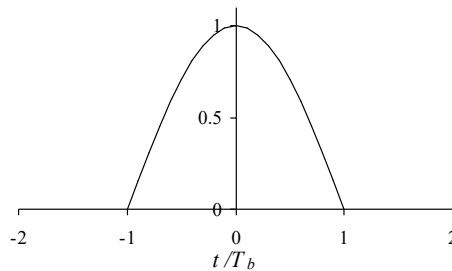


Figura 2.5: Impulso suporte $r_p(t)$ nos ramos I e Q para gerar MSK a partir da OQPSK. Note-se que se representa o tempo em termos de $T_b = T_s/2$.

A forma destes impulsos pode também ser obtida no âmbito da decomposição de Laurent, que será apresentada na Secção 3.3.1.

Notando que

$$\cos\left(\frac{\pi(t - T_b)}{T_s}\right) = \text{sen}\left(\frac{\pi t}{T_s}\right) \quad (2.36)$$

o sinal MSK pode ser escrito como

$$s(t) = a_i \cos\left(\frac{\pi t}{T_s}\right) \cos(2\pi f_c t) - b_i \sin\left(\frac{\pi t}{T_s}\right) \text{sen}(2\pi f_c t), \quad t \in [iT_s, (i+1)T_s] \quad (2.37a)$$

$$a_i = \cos \varphi_i = \pm 1 \quad (2.37b)$$

$$b_i = \gamma_i \cos \varphi_i = \pm 1 \quad (2.37c)$$

sendo γ_i os símbolos binários a transmitir e φ_i as fases acumuladas no início de cada intervalo [Skl88-Sec.7.9.2]. Em [ReCS92-pp.217-220] é apresentada uma abordagem detalhada destas relações. A interpretação de (2.37) é muito simples, reparando que os factores em cada ramo são as projecções nos ramos I e Q do afixo da fase complexa que assenta sempre sobre uma trajectória circular. Na Figura 2.6 mostra-se a evolução dos sinais em fase e quadratura para uma sequência de De Bruijn de 8 bits em MSK (sequência que possui todas as sequências possíveis de 3 bits [MoPi99-Anx.C.2]), o que permite observar o que foi dito para a forma dos sinais.

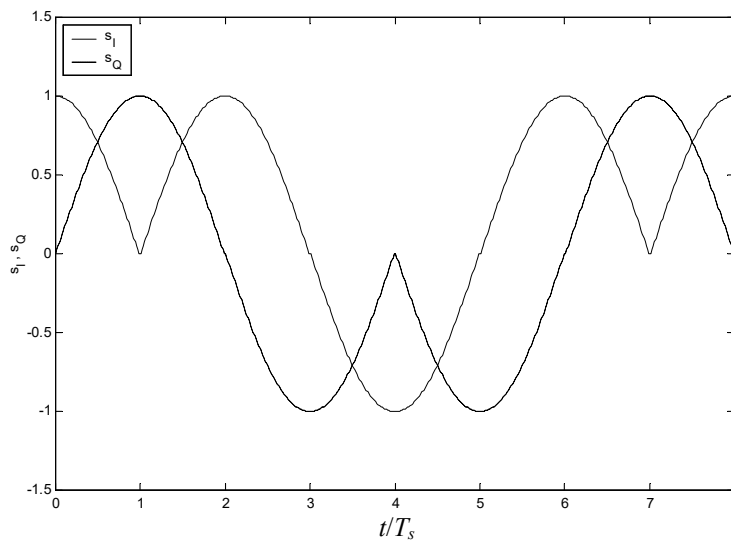


Figura 2.6: Ramos em fase e quadratura da MSK para uma sequência de De Bruijn de 8 bits $\{+1, -1, -1, -1, +1, +1, +1, -1\}$ com $R_b=1$ kbps, sendo $\varphi_0=0$.

Tendo em atenção estes factos, a demonstração apresentada para o desempenho da QPSK é também válida para MSK. Como se disse, na Secção 3.1.4 apresentar-se-á uma demonstração no âmbito das modulações CPM.

Na Secção 3.1.2 e no Anexo A a MSK é abordada como sendo um caso particular da modulação digital de frequência (FSK – *frequency shift keying*).

Capítulo 3

Modulação de fase contínua

Este livro [o Universo] está escrito em linguagem matemática, e os símbolos são triângulos, círculos e outras figuras geométricas, sem a ajuda dos quais é humanamente impossível compreendermos uma única palavra dele.

(Galileu, Il Saggiatore, 1623)

(...) na simbologia usual da Lógica matemática, a proposição “f é contínua no ponto a” poderá traduzir-se pela forma seguinte:

$$\forall_{\delta>0} \exists \forall_{\varepsilon>0} \forall_x (x \in D \wedge |x - a| < \varepsilon \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \delta).^1$$

Na primeira parte desde capítulo definem-se os vários parâmetros que caracterizam um sinal CPM e mostram-se diferentes formas para a representação gráfica desta modulação. Alguns resultados conhecidos para modulações particulares são apresentados no contexto dos sinais CPM. São feitas comparações de esquemas CPM com vista a uma selecção do mais adequado para propor com uso conjunto com o receptor a apresentar na tese. Numa segunda parte, apresenta-se a concatenação da modulação com a codificação de canal convolucional. Por fim mostram-se as duas decomposições conhecidas para sinais CPM: a expansão de Laurent e a separação de Rimoldi.

3.1 – Introdução à CPM

Um sinal CPM sobre uma portadora com frequência f_c e logo uma frequência angular $\omega_c=2\pi f_c$ é, em geral, descrito por

$$s(t, \gamma) = \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}} \cos(\omega_c t + \varphi(t, \gamma) + \varphi_0) \quad , \quad iT_s \leq t \leq (i+1)T_s, \quad (3.1)$$

durante cada intervalo de símbolo, T_s , sendo a informação transportada na fase através de

¹ J. Campos Ferreira, *Introdução à Análise Matemática*, p. 273, Fundação Gulbenkian, Lisboa, 1991.

$$\varphi(t, \gamma) = 2\pi \sum_{i=-\infty}^{\infty} h_i \gamma_i q(t - iT_s) \quad , \quad iT_s \leq t \leq (i+1)T_s, \quad (3.2)$$

considerando uma fase inicial φ_0 . Os símbolos γ_i constituem a informação a transmitir, fazendo-se

$$\begin{cases} \gamma_i \in \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm (M-1)\}, & M \text{ par}, i \geq 0 \\ \gamma_i \in \{0, \pm 2, \pm 4, \dots, \pm (M-1)\}, & M \text{ ímpar}, i \geq 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

com $M \in \mathbb{N}^+$. Os símbolos de canal γ_i são, como em qualquer comunicação digital, obtidos por via de um mapeamento dos bits de informação (ou dos símbolos após codificação de canal – ver Anexo B), que pode ser linear ou não (ver Secção 3.2). Vai usar-se sempre M par. Sendo pouco usual, a definição de CPM com M ímpar é também possível, tendo sido usada por alguns autores (citados em [Rimo88]).

O *impulso de fase*, $q(t)$, define a contribuição do símbolo γ_i para a evolução da fase em $iT_s \leq t \leq (i+L)T_s$, com $L \in \mathbb{N}^+$, sendo definido por

$$q(t) = \int_{-\infty}^t g(\tau) d\tau \quad (3.4)$$

onde $g(t)$ define a evolução da frequência nesse intervalo.

A definição de $q(t)$ através de um integral impróprio reflecte o carácter cumulativo da fase. A influência de cada símbolo γ_i permanece até ao fim da sequência γ , sendo isso traduzido no facto de $q(t)$ se estender até $+\infty$ (na prática até ao último símbolo γ_i transmitido). O impulso de frequência, $g(t)$, é geralmente normalizado de forma a que

$$q(t) = \int_0^{\infty} g(\tau) d\tau = \frac{1}{2}. \quad (3.5)$$

Logo, os impulso de fase $q(t)$ satisfazem

$$q(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 1/2, & t > LT_s \end{cases} \quad (3.6)$$

A normalização a 1/2 para $t > LT_s$ é a mais usual na literatura. Fazendo a normalização à unidade, a fase $\varphi(t, \gamma)$ teria de ser metade de (3.2). Garante-se assim que a contribuição máxima de um símbolo para a evolução de fase durante um intervalo de duração LT_s é $(M-1) \cdot h_i \cdot \pi$, sendo h_i o índice de modulação nesse i -ésimo intervalo, definido por

$$h_i = \frac{P_i}{q}. \quad (3.7)$$

Os valores de p_i e q devem ser inteiros primos $\in \mathbb{Z}^+$. Em geral, durante um intervalo de símbolo T_s , $\varphi(t)$ evolui $h_i\pi$ radianos por cada um dos símbolos que actua sobre esse intervalo. Desta forma, a variação de fase introduzida é sempre múltipla de $2\pi/q$ (Figura 3.1) e o conjunto das fases acumuladas, φ_i , (ou *estados*) possíveis é:

$$\varphi_i \in \left\{ 0, \pi \frac{p_i}{q}, 2\pi \frac{p_i}{q}, \dots, (q-1)\pi \frac{p_i}{q} \right\}, \text{ para } p_i \text{ par} \quad (3.8a)$$

$$\varphi_i \in \left\{ 0, \pi \frac{p_i}{q}, 2\pi \frac{p_i}{q}, \dots, (2q-1)\pi \frac{p_i}{q} \right\}, \text{ para } p_i \text{ ímpar.} \quad (3.8b)$$

A distribuição dos estados segundo a forma (3.8a) será crucial para o algoritmo de derivação de métricas que será apresentado no Capítulo 4.

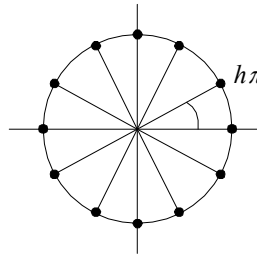


Figura 3.1: Fases acumuladas possíveis, φ_i , durante um intervalo $h=p_i/q$.

Os estados CPM são definidos em cada intervalo pelas associações

$$S_i = \{\varphi_i, \gamma_{i-1}, \gamma_{i-2}, \dots, \gamma_{i-L+1}\} \quad (3.9)$$

O número de estados possíveis, S , será o produto do número de estados de fase pelo número de estados na memória de L símbolos. Assim,

$$S = q \cdot M^{L-1}, \text{ para } p_i \text{ par,} \quad (3.10a)$$

$$S = 2q \cdot M^{L-1}, \text{ para } p_i \text{ ímpar.} \quad (3.10b)$$

Escrevendo o índice de modulação na forma

$$h_i = \frac{2k_i}{q} \quad (3.11)$$

tendo k_i e q as mesmas propriedades de p_i e q , o número de estados fica constante, dado somente por (3.10a).

Uma modulação diz-se CPM multi- h se h_i varia periodicamente ao longo da sucessão de intervalos de símbolos $[iT_s, (i+1)T_s]$, existindo H índices da forma (3.7), i.e. $h_i \in \{h_1, h_2, \dots, h_H\}$. Nestes esquemas é também útil definir o índice de modulação médio, \bar{h} .

O período da treliça das fases depende da soma $\sum_{i=1}^H p_i$. Se esta for par o período é $T_p=H \cdot T_s$; se for ímpar o período é $T_p=2 H \cdot T_s$ [BHMN81-p.171]).

3.1.1 – Formatação

Como se viu na secção anterior, a modulação apresentada possui sempre memória, mesmo quando $L=1$. Em cada início de símbolo (iT_s) as transições de fase possíveis dependem do símbolo a transmitir, γ_i , mas também da fase no instante inicial desse símbolo, $\varphi_i=\varphi(iT_s)$. É possível aumentar a memória do sinal estendendo a influência de cada símbolo por mais do que um intervalo T_s . Distinguem-se então duas famílias de sinalização:

- i) $L=1$: *sistema de resposta completa*, em que a influência de cada símbolo está limitada a $t \in [iT_s, (i+1)T_s]$;
- ii) $L>1$: *sistema de resposta parcial*, em que cada símbolo enviado influencia a fase durante mais do que um intervalo de símbolo (actua durante L símbolos γ_i).

O valor de L é geralmente anteposto ao nome do tipo de impulso usado. O nome dos impulsos deve-se à sua evolução na frequência. Isto acontece porque a forma mais simples de realizar um sinal CPM é fazer uma pré-formatação de impulsos (através de uma filtragem) e aplicá-los a um modulador FM (*frequency modulation*) [MoPa88, BDMS91]. Os impulsos de frequência, $g(t)$, mais comuns são:

- LREC – rectangular com duração de L símbolos;
- LRC – coseno elevado de duração L símbolos;
- GMSK – MSK com formatação gaussiana.

Estes são os impulsos mais utilizados na literatura devido às suas características de mais fácil implementação (1º caso), ou de melhor comportamento espectral e de implementação razoável (restantes casos). Na Tabela 3.1 apresentam-se as expressões associadas a essas famílias.

É usual usar como medida de comparação da largura de banda de modulações o valor $B_s T_s$. Este valor é o inverso da eficiência espectral ζ definida por (2.14). Em GMSK, B_{3dB} é a largura de banda definida a -3 dB do filtro gaussiano. Valores de $B_{3dB} T_s=0.5$ são usuais [HuFH00], porém não se pode inferir directamente que $\zeta=2$ uma vez que a definição de largura de banda considerada usualmente na definição de ζ não é a a largura de banda a -3 dB (cf. Secções 2.1.3 e 3.1.5).

Tabela 3.1: Impulsos de frequência mais comuns.

LREC	$g(t) = \frac{1}{2} \text{rect}\left(\frac{t - LT_s}{LT_s}\right) = \begin{cases} \frac{1}{2LT_s} & , 0 \leq t \leq LT_s \\ 0 & , \text{caso contrário} \end{cases}$
LRC	$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{2LT_s} \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi t}{LT_s}\right) \right] & , 0 \leq t \leq LT_s \\ 0 & , \text{caso contrário} \end{cases}$
GMSK	$g(t) = \frac{1}{2T_s} \left[Q\left(2\pi B_{3\text{dB}} \frac{t - T_s/2}{\sqrt{\ln 2}}\right) - Q\left(2\pi B_{3\text{dB}} \frac{t + T_s/2}{\sqrt{\ln 2}}\right) \right] ; 0 \leq B_{3\text{dB}} T_s < \infty$

Na Figura 3.2 é possível observar a forma dos impulsos de fase associados ao caso LREC e LRC, usando os impulsos da Tabela 3.1 e aplicando a expressão (3.4). Na Figura 3.3 mostra-se a evolução da fase para um caso binário com um h elevado de forma a realçar a diferença provocada por estes dois impulsos de fase.

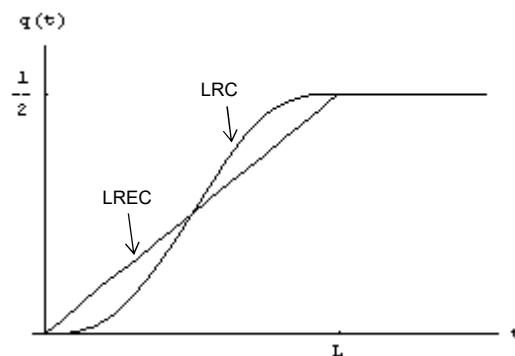


Figura 3.2: Impulsos de fase LREC e LRC.

A escolha dos impulsos de fase foi, desde os primórdios, uma escolha heurística. Uma investigação recente teve como objectivo procurar o impulso $q(t)$ óptimo. A busca foi numérica (interpolação com *spline curves*) [SvSv01, Sven00]. Os impulsos óptimos encontrados variam para diferentes M , h e L , no entanto são sempre muito próximos do impulso GMSK. O ganho alcançado sobre o GMSK é sempre muito modesto (0.2 - 0.3 dB). Apenas para $M=4$, $L=6$ se encontrou um impulso que produziu um ganho de 0.9 dB. Um resultado importantes desse trabalho é a verificação que o aumento sucessivo da duração L depara com uma limitação de ganho. Conclui-se pois que existe uma limitação à existência de modulações com ganhos muito superiores dentro desta formulação de CPM. A busca de melhores esquemas em termos de ganho teria de prosseguir na família de *CPM multi-amplitude* [Proa01-pp.199-201], prescindindo da envolvente constante e logo de uma boa eficiência de banda.

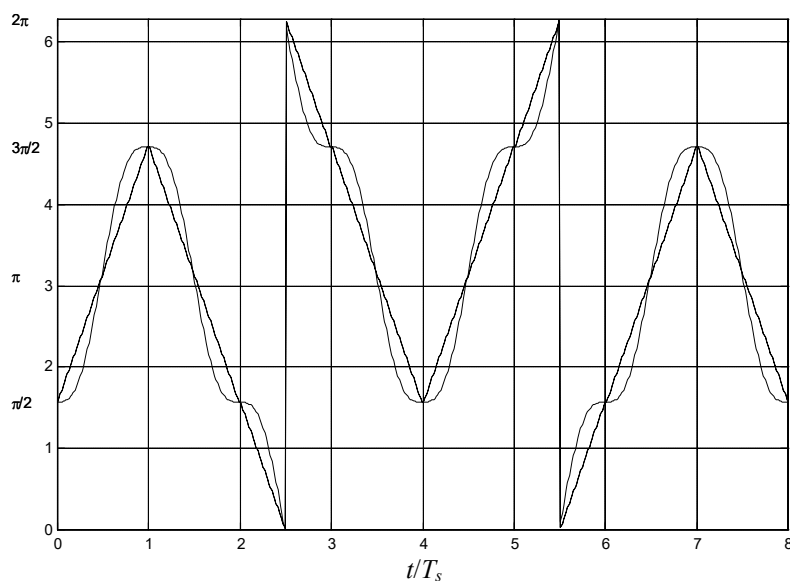


Figura 3.3: Evolução da fase com $h=1$, $M=2$ e com impulsos de fase 1REC (tracejado) e 1RC (sólido) para uma sequência de De Bruijn de 8 bits $\{+1, -1, -1, -1, +1, +1, +1, -1\}$.

A família de sinais CPM com formatação 1REC é geralmente denominada CPFSK (*continuous phase frequency shift keying*). Como casos particulares destas famílias destacam-se as modulações MSK e a FSK de Sunde. Estas modulações são uma instância da CPM geral, porém são lineares. A análise separada dos ramos em fase e quadratura mostra a existência de linearidade em ambos [AnAS86-p.233], sendo o receptor ótimo linear. Ao contrário, os sistemas de resposta parcial não têm uma modulação linear no ramo em quadratura e, por isso, um receptor linear não será ótimo [Sund86-pp.31-32].

As características particulares da família CPFSK permitem a existência de uma técnica de recepção muito simples, muito semelhante a uma recepção PAM, desde que os símbolos transmitidos sejam codificados no emissor de uma forma diferencial, sendo o processo diferente no ramo em fase e quadratura. Essas pré-codificações foram definidas em [Baie90] e o procedimento foi denominado por *derotation technique*.

3.1.2 – Modulações particulares

Na Tabela 3.2 apresentam-se os parâmetros que particularizam a expressão geral de CPM para as modulações MSK e FSK de Sunde. A única diferença entre estas é a duplicação do índice de modulação, tendo-se um sinal FSK de Sunde que é intrinsecamente contínuo (ver Anexo A.4), mesmo quando é construído simplesmente por comutação entre duas sinusóides (separadas por $1/T_b$). Assim, esta modulação pode ser encarada como um sinal CPM *sem memória*. Além desta modulação ocupar o dobro da banda da MSK, tem um comportamento de potência inferior. Isso deve-se à existência de

uma risca espectral permanente, que não transporta informação (ver espectros na Secção 3.1.5). A adição de memória no caso MSK elimina essa penalidade de potência, sendo o desempenho da MSK 3dB superior ao da FSK de Sunde. No Anexo A abordam-se estes tópicos, partindo da natureza FSK das modulações referidas.

Deve salientar-se que na Tabela 3.1 estão expressos os impulsos de frequência enquanto que na Tabela 3.2 são apresentados os impulsos de fase. A escolha está associada aos objectivos da apresentação de cada uma das tabelas. No primeiro caso pretende-se justificar a nomenclatura das famílias CPM, que é definida pelo impulso de frequência $g(t)$. No segundo caso pretende-se reconhecer casos particulares de CPM que são muito conhecidos noutros contextos. O reconhecimento directo através da fase é preferível para tal.

A Tabela 3.2 inclui também o caso BPSK que, não tendo fase contínua, também pode ser vista como uma particularização de (3.1) e (3.2), surgindo quando a transição de fase, $q(t)$, é uma função de Heaviside (escalão), $u_H(t)$. A não continuidade de fase advém de $q(t)$ não ser diferenciável em $t=0$. Uma modulação só pertencerá à família CPM se os impulsos de fase forem diferenciáveis no intervalo *fechado* $[0, T_s]$.

Tabela 3.2: Parâmetros de CPM de modulações particulares.

MSK	FSK de Sunde	BPSK
$h=1/2$	$h=1$	$h=1$
$q(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ t/2T_s, & 0 < t \leq T_s \\ 1/2 & t > T_s \end{cases}$	$q(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ t/2T_s, & 0 < t \leq T_s \\ 1/2 & t > T_s \end{cases}$	$q(t) = \frac{1}{2} u_H(t)$
$M=2$	$M=2$	$M=2$

Para o impulso 1REC o sinal CPM pode ser escrito na forma

$$s(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}} \cos \left\{ 2\pi \left[f_c t + \frac{1}{2} \gamma_i h_i \left(\frac{t}{T_s} - i \right) \right] + \varphi_i \right\}, \quad iT_s \leq t \leq (i+1)T_s \quad (3.12a)$$

$$\varphi_i = \pi \sum_{i=-\infty}^{i-1} \gamma_i h_i \quad \text{mod } 2\pi \quad (3.12b)$$

Note-se que (3.12b) é a fase acumulada até ao início do símbolo γ_i .

Restringindo (3.12a) para o caso MSK e aplicando a Tabela 3.2, a expressão (3.12a) pode ser vista

como sendo uma modulação FSK com o conhecido resultado para a frequência de desvio (e.g. [CaCR02-p-622]):

$$f_d = \pm \frac{1}{4T_s} = \pm \frac{R_b}{4}. \quad (3.13)$$

Em FSK de Sünde tem-se

$$f_d = \pm \frac{R_b}{2}. \quad (3.14)$$

Em geral, a CPFSK pode ser vista como uma modulação de frequência, sendo as frequências de desvio

$$f_d = \pm \frac{h_i \gamma_i}{2T_s}. \quad (3.15)$$

Isto permite uma detecção não coerente em esquemas binários ($M=2$) como o MSK e GMSK, embora com uma degradação do desempenho de ≈ 3 dB [Skl88-Sec.7.9.2.1] (cf. Anexo A.3).

No Anexo A.2 e A.3 mostra-se que a MSK possui o menor espaçamento entre frequências, f_1 e f_2 , para as quais existe ortogonalidade entre si. O nome da modulação advém precisamente desse facto. A MSK é também chamada de FFSK (*fast frequency shift keying*) por ser considerado que a banda é apenas $[f_c - R_b/4, f_c + R_b/4]$, considerando-se por isso uma eficiência espectral $\zeta \approx 2$, i.e., dupla da FSK de Sünde (e.g. [CaCR02-Sec.14.1]) – cf. Secção 3.1.5.

Em suma, a MSK pode ser interpretada como uma modulação 4-QAM² (cf. Secção 2.2.3), como uma modulação de frequência, tendo um receptor convencional para uma BFSK (e.g. [ZiTr95-p.536]), ou ainda como uma CPM.

A formatação GMSK foi proposta em 1981 como uma técnica de pré-modulação para evitar as transições abruptas da frequência existentes em MSK [MuHi81]. Foi então proposto que os impulsos rectangulares na frequência fossem filtrados por um filtro gaussiano. Assim, o impulso de frequência da Tabela 3.1 é o resultado da convolução que define no tempo a filtragem desejada:

$$g(t) = \frac{1}{2T_s} \text{rect}\left(\frac{t}{T_s}\right) * h_g(t) \quad (3.16a)$$

² A modulação 4-QAM coincide com a QPSK, sendo mais comum identificá-la por este nome. Contudo 4-QAM também surge na literatura [Proa01- Sec.5.2.9, Hayk88-p.321]. Usa-se este nome para sublinhar a modulação e formatação dos dois ramos I e Q.

$$h_g(t) = \sqrt{\frac{2\pi}{\ln 2}} B_{3dB} \exp\left(-\frac{2B_{3dB}^2 \pi^2}{\ln 2} t^2\right) \quad (3.16b)$$

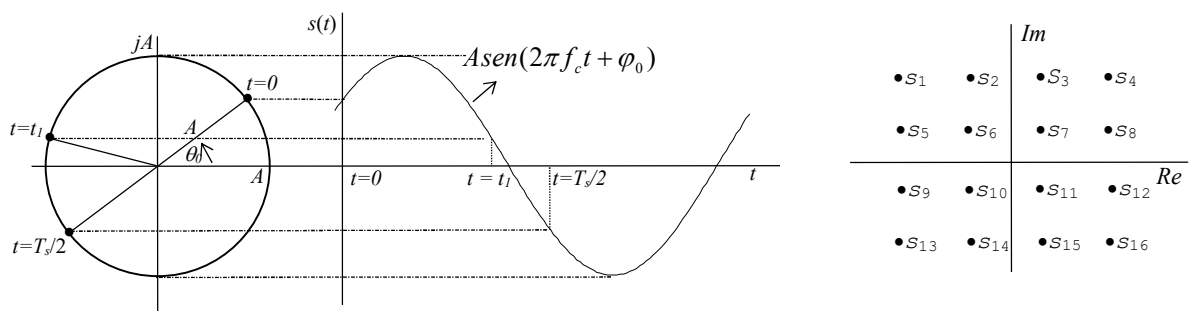
e $rect(t)$ é a função rectângulo de integral unitário, já usada na Tabela 3.1.

A GMSK é usada no sistema GSM [ZvJK99]. Embora seja uma versão filtrada da MSK, possui o mesmo carácter de BFSK (*binary frequency shift keying*) e logo a aquisição do sincronismo fica facilitada (ver Secção 4.8).

O processo de detecção dum esquema CPM geral é mais simples interpretando-a como uma modulação de fase em vez de frequência. Será essa a via adoptada no desenvolvimento do receptor proposto no Capítulo 4.

3.1.3 – Representações gráficas

Mostrou-se já que no fim de cada intervalo de símbolo ($t=iT_s$) a fase apenas pode pertencer a um conjunto limitado de valores. Estes podem ser vistos como sendo os S estados de uma cadeia de Markov de ordem L , como se infere de (3.9). Uma vez que a informação é transportada ao longo das transições de fase, não é possível associar aos símbolos um conjunto de fases discretas, i.e., uma *constelação* tradicional no plano complexo (Figura 3.4).



(a) Construção de uma constelação

(b) Exemplo de uma constelação 16-QAM

Figura 3.4: Constelações de modulações cujos símbolos se detectam num instante do intervalo T_s onde o sinal possui uma dada fase e amplitude.

Por este facto, as representações gráficas mais adequadas para CPM são a *árvore de fases* e, numa forma mais sucinta, a *treliça³ condensada* (ou simplesmente *treliça*) como se na mostra na Figura 3.5.

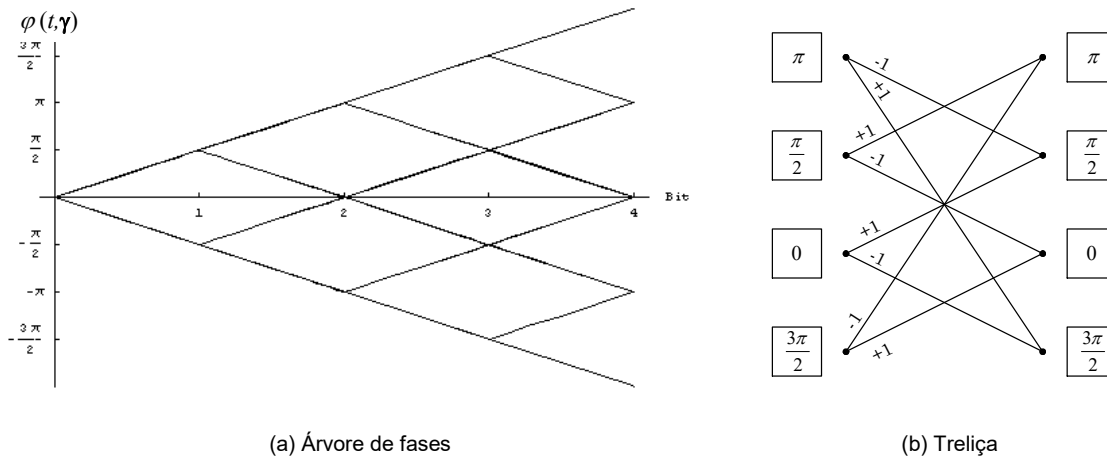


Figura 3.5: Duas representações gráficas possíveis para MSK.

A treliça representa as transições (módulo 2π) numa zona suficientemente afastada do estado inicial, uma vez que nessa zona nem todos os estados (e transições) são possíveis. Qualquer destas representações define completamente um sinal CPM à parte da fase inicial, φ_0 , e da frequência da portadora, f_c . Representações feitas através de uma *máquina de estados* ou de um *grafo* são também úteis. É de salientar a existência de apenas dois declives diferentes na árvore de fases, que correspondem às duas frequências indicadas em (3.13) e no Anexo A.3 ($f = d\varphi/dt$).

Uma possibilidade é acrescentar uma terceira dimensão (tempo) e construir o chamado *cilindro de fases*, cuja superfície é definida pela evolução temporal do afixo de amplitude constante tal como se exemplifica em seguida.

Na Figura 3.6 apresenta-se a evolução da fase $\varphi(t, \gamma)$ associada a uma sequência de 16 símbolos γ_i . A modulação usada tem impulsos suporte na frequência 1REC, $h=1/6$ e $M=8$ (a fase inicial não é zero mas sim $h\pi/2$, para antecipar o que será estipulado na Secção 4.5.1).

³ *Trellis* em inglês.

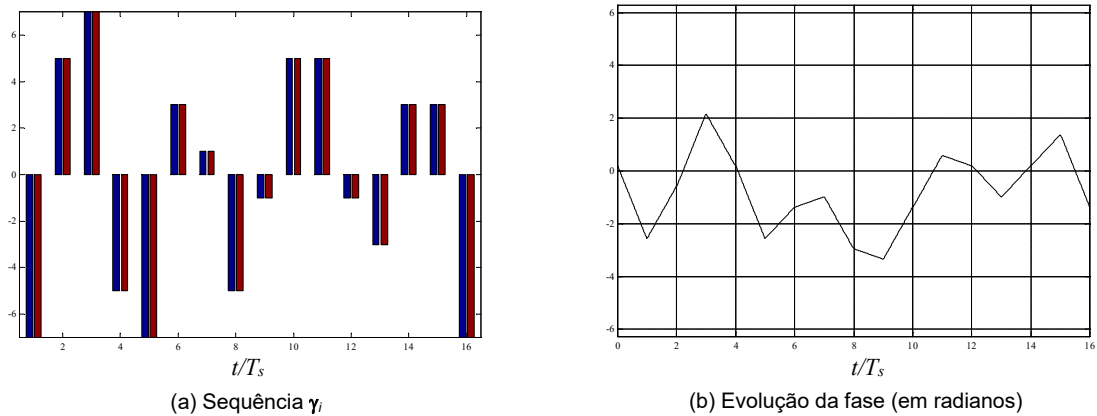


Figura 3.6: Evolução de fase num exemplo com $h=1/8$, $M=8$, 1REC.

Recorrendo ao cilindro de fases, este exemplo é representável tal como de mostra na Figura 3.7.

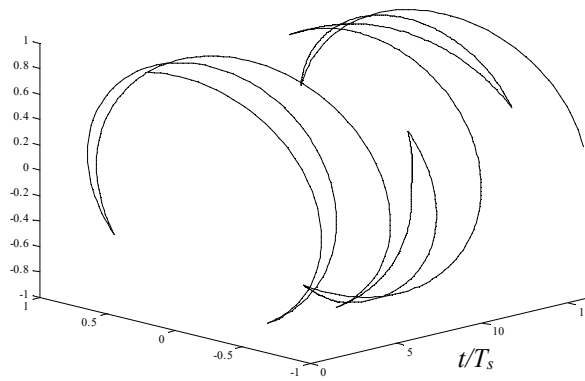


Figura 3.7: Cilindro de evolução da fase com $h=1/8$, $M=8$, 1REC e a mesma sequência da Figura 3.6.

Na Figura 3.8 mostra-se a evolução das componentes I e Q em banda de base associadas à transmissão da mesma sequência, explicitada na Figura 3.6(a).

Na Figura 3.9 sobrepõe-se à árvore da MSK, já representada na Figura 3.5(a), a árvore que se obtém quando se modifica a forma do impulso de frequência de 1REC para 1RC.

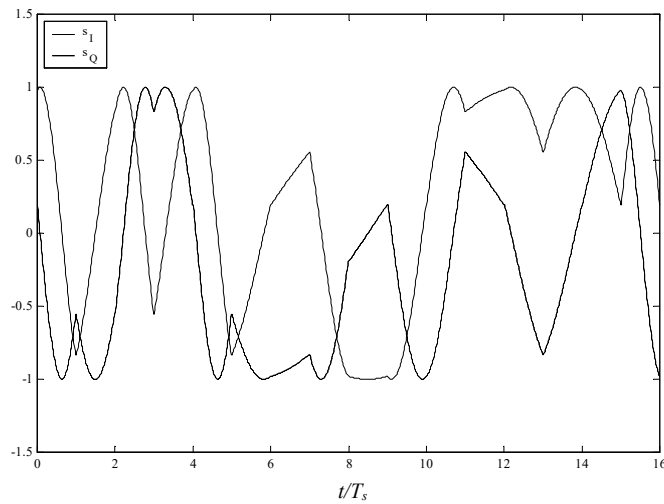


Figura 3.8: Evolução das componentes s_I e s_Q com $h=1/8$, $M=8$, 1REC e a mesma sequência da Figura 3.6.

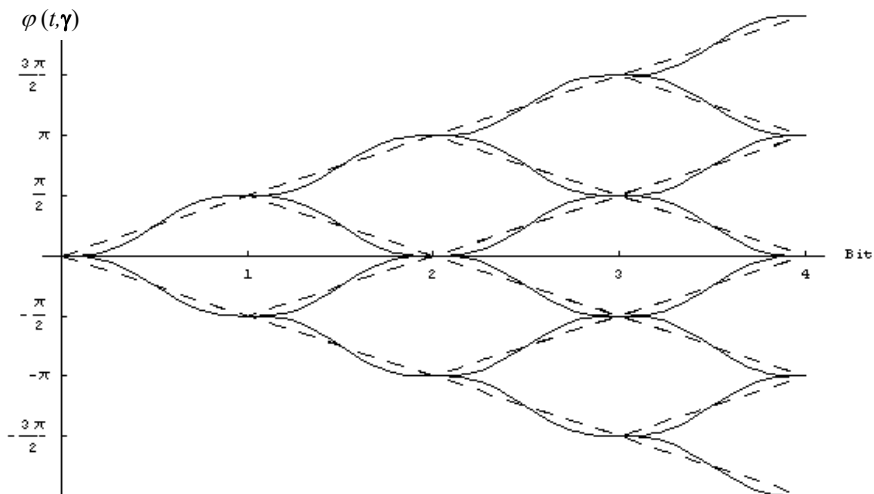


Figura 3.9: Árvore de estados com impulsos 1RC, $h=1/2$ e $M=2$ (traço contínuo). Sobrepe-se (a tracejado) a árvore da MSK (diferem apenas os impulsos de fase).

3.1.4 – Métricas

O conceito de distância euclidiana é importante para a análise do desempenho da CPM em termos de probabilidade de erros e constitui o cerne do receptor de seqüências por máxima verossimilhança (MLSD – *maximum likelihood sequence detection*) para CPM, uma vez que se prova que a DE é a métrica óptima com que um algoritmo MLSD deve operar (ver Secção 4.2.1 e Anexos C e D).

A DE quadrática entre dois sinais associados a duas seqüências, γ e γ' , é

$$D_{\min}^2(\gamma, \gamma') = \min_{\gamma, \gamma': \gamma \neq \gamma'} \int_0^{\infty} [s(t, \gamma) - s(t, \gamma')]^2 dt \quad (3.17a)$$

$$= 2E_b \sum_{i=0}^{N_s-1} d_i^2 \quad (3.17b)$$

onde d_i^2 é a *distância incremental normalizada* que ocorre durante um intervalo de símbolo, dada por

$$d_i^2 = \frac{1}{2E_b} \min_{\gamma, \gamma': \gamma \neq \gamma'} \int_{iT_s}^{(i+1)T_s} [s(t, \gamma) - s(t, \gamma')]^2 dt. \quad (3.18)$$

Usando trigonometria, mostra-se facilmente [Proa01-p.288, AnAS86-Sec.2.2.3, AuSu81] que a DEQMN, definida em (2.21), depende da diferença de fases durante cada intervalo:

$$d_{\min}^2(\gamma, \gamma') = \frac{\log M}{T_s} \min_{\gamma, \gamma': \gamma \neq \gamma'} \int_{iT_s}^{(i+1)T_s} 1 - \cos(\varphi(t, \gamma) - \varphi(t, \gamma')) dt. \quad (3.19)$$

Substituindo (3.1) em (3.18), calculando o integral (3.19) assumindo que $2\pi f_0 T_s \gg 1$ e definindo a diferença de fase no instante iT como

$$\Delta\varphi_i = \varphi(iT_s, \gamma) - \varphi(iT_s, \gamma') \quad (3.20)$$

a distância incremental normalizada (3.18) simplifica-se para [Lane90, Rimo89, AnAS87-p.62]

$$d_i^2 = \begin{cases} \log_2 M \cdot \left(1 - \frac{\text{sen}\Delta\varphi_{i+1} - \text{sen}\Delta\varphi_i}{\Delta\varphi_{i+1} - \Delta\varphi_i} \right), & \Delta\varphi_{i+1} \neq \Delta\varphi_i \\ \log_2 M \cdot (1 - \cos \Delta\varphi_i), & \Delta\varphi_{i+1} = \Delta\varphi_i \end{cases} \quad (3.21)$$

Estas relações mostram que d_i^2 depende apenas da diferença de fase entre o início e o fim de cada símbolo. Mostram também que d_i^2 é simétrica em relação a $\Delta\varphi_i$ e $\Delta\varphi_{i+1}$, pois é indiferente à troca de $\Delta\varphi_{i+1}$ e $\Delta\varphi_i$.

A aplicação de (3.21) conduz de imediato ao resultado conhecido para MSK. Recorrendo à árvore de estados da MSK, representada como se mostra na Figura 3.5, é imediato verificar que, após uma divergência de fases, o intervalo mínimo até que possa haver uma nova coincidência de fases é de dois intervalos de símbolo. O processo é, em geral para quaisquer estados de fase, descrito na Figura 3.10.

Usando (3.21) para $\Delta\varphi_i \neq \Delta\varphi_{i+1}$ com $\Delta\varphi_i = 0$ e $\Delta\varphi_{i+1} = \pi$, tem-se então em MSK $d_{\min}^2 = d_i + d_{i+1} = 2$, que é o resultado conhecido.

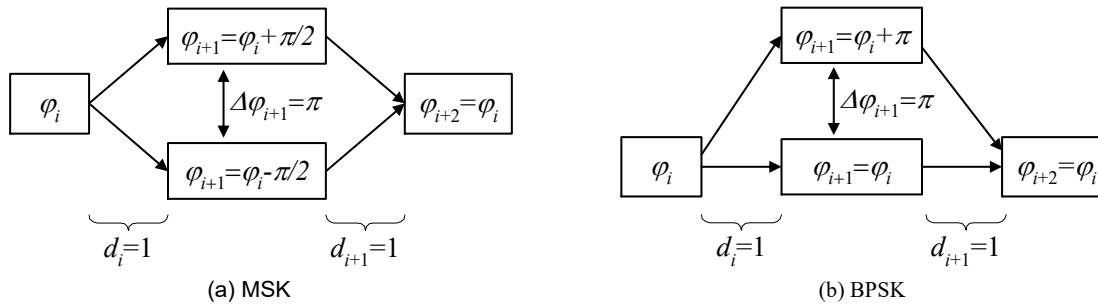


Figura 3.10: Obtenção da distância mínima em modulações particulares.

Embora a BPSK não seja uma CPM, as expressões (3.17)-(3.21) permanecem válidas nesse caso. O cálculo da DEQMN é exactamente o mesmo que efectuado no caso MSK uma vez que também se tem $\Delta\varphi_{i+1}=\pi$, obtendo-se novamente o valor conhecido $d_{\min}^2 = 2$.

Os primeiros autores em CPM apresentaram um algoritmo de cálculo de distâncias euclidianas [AnTa78, AnAS86]. O método baseia-se na procura de caminhos que divergem a certo momento do caminho correcto (considera-se o caminho correcto o dos estados invariantes “0 radianos”, sem perda de generalidade) e que se volta a fundir mais tarde com ele. Essa informação é extraída da árvore de estados da modulação (ver Secção 3.1.3), seleccionando-se os caminhos de erro mais prováveis (ver [Pint98-Sec.2.3.1]). O método implica o teste de vários caminhos divergentes, calculando-se as DE quadráticas normalizadas associadas a cada um deles. Por fim toma-se a menor dessas DE' como sendo a DEQMN. Os autores apresentaram um extenso conjunto de resultados para vários esquemas CPM [AnAS86, AuSu82, AuSu81, AuRS81]. O método descrito é ainda hoje aplicado para a obtenção das d_{\min}^2 dos esquemas CPM.

3.1.5 – Eficiência espectral e de potência

A redução da banda ocupada por um sinal CPM pode conseguir-se aumentando a M -aridade, usando impulsos de fase mais suaves, ou diminuindo o índice de modulação h [AuSu91, Rodr97, WiGa81]. Em sistemas multi- h é o índice médio \bar{h} que deverá ser reduzido, assumindo um papel análogo ao de h nos sistemas mono- h [Rodr97, SaMo91]. As duas últimas técnicas permitem menores variações da fase durante cada intervalo de símbolo e, logo, do desvio instantâneo de frequência. Recorde-se que este é proporcional à derivada $\varphi'(t, \gamma_i)$.

Supondo que os símbolos são equiprováveis, estatisticamente independentes e incorrelacionados, a densidade espectral de potência (DEP) das modulações mais comuns em sistemas via rádio são obtidas sem grande dificuldade, vindo:

- MSK (e.g.[CaCR02-pp.623]):

$$S_{\text{MSK}}(f) = \frac{16T_s}{\pi^2} \left(\frac{\cos 2\pi f T_s}{1 - 16f^2 T_s^2} \right)^2 \quad (3.22)$$

- FSK de Sünde (adaptando [CaCR02-pp.620-621]):

$$S_{\text{BFSK}}(f) = \frac{1}{4} \left[\delta \left(f - \frac{1}{2T_s} \right) + \delta \left(f + \frac{1}{2T_s} \right) \right] + \frac{4T_s^2}{\pi^2} \left(\frac{\cos(\pi f T_s)}{1 - (2fT_s)^2} \right)^2 \quad (3.23)$$

- QPSK e OQPSK. Estas têm o mesmo espectro (e.g. [OhWK97-p.210]):

$$S_{\text{QPSK}}(f) = S_{\text{OQPSK}}(f) = 2T_s \left(\frac{\text{sen}(2\pi f T_s)}{2\pi f T_s} \right)^2 \quad (3.24)$$

O espectro da BPSK tem a mesma forma mas é duplamente mais largo ($T_s=T_b$):

$$S_{\text{QPSK}}(f) = 2T_s \left(\frac{\text{sen}(\pi f T_b)}{\pi f T_b} \right)^2. \quad (3.25)$$

Estas expressões estão representadas na Figura 3.11.

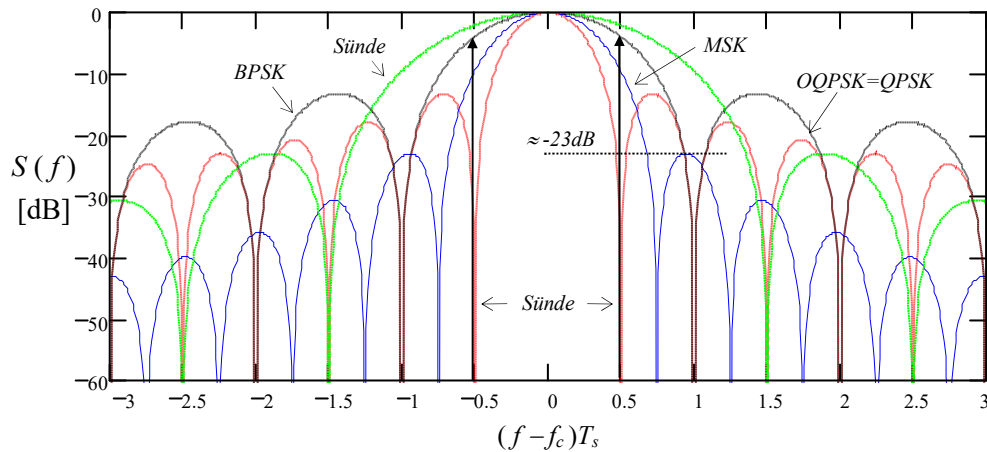


Figura 3.11: Densidade espectral de potência das modulações OQPSK (igual à da QPSK), MSK e da BFSK de Sünde. Apresentam-se as DEP em função da frequência normalizadas ao ritmo de transmissão R_b e centradas em f_c (extraída de [MoPi99]).

Observando as expressões (3.22)-(3-25) e a Figura 3.11 pode concluir-se que:

- Em BFSK de Sünde existem riscas espectrais constantes, não associadas ao transporte de informação – cf. (3.23). É fácil mostrar que a elas está associada metade da potência do sinal, logo há uma degradação do desempenho de 3dB relativamente a MSK [CoMc86-pp191] ;

- ii) Em BFSK de Sünde o lobo principal é o maior. A atenuação dos lobos secundários é a mais lenta de entre as modulações consideradas;
- iii) Com MSK o lobo principal é maior que em QPSK, porém os lobos secundários decaem muito mais depressa. Note-se que o segundo lobo é atenuado $\approx 23\text{dB}$.

Na Figura 3.12 localiza-se o desempenho dos esquemas CPM mais interessantes no plano de eficiências de banda e potência (para uma P_b de 10^{-5}) – cf. Figura 2.2. Uma observação desprevenida da figura poderá levar a conclusões erradas acerca do interesse em escolher a CPM. O ponto fulcral que torna a comparação muito favorável para a CPM é que esta consegue eficiências de banda próximas das M -QAM mas com sinais que mantêm a envolvente constante em todo os instantes. Uma modulação BPSK ou QPSK ocupam uma largura de banda ilimitada. A sua filtragem implica uma flutuação de envolvente e, pior, interferência inter-simbólica (ISI – *intersymbol interference*). A anulação da ISI implica o uso de impulsos suporte de Nyquist (filtragem de Nyquist), ou seja, com flutuação de envolvente. Nesse caso a ISI é nula apenas no instante óptimo de amostragem; fora desse instante será tanto mais elevada quanto menor for a banda do filtro de Nyquist. Note-se que a comparação da Figura 3.12 está a ser feita com modulações com filtragem de Nyquist ideal (filtros passa-banda rectangulares com largura de banda $B=R_s(1+\alpha)$, com o factor de excesso de banda, α , nulo), logo com uma flutuação de envolvente muito acentuada. Este problema é extensivamente abordado em [MoCe00, MoCe99, MoPi99].

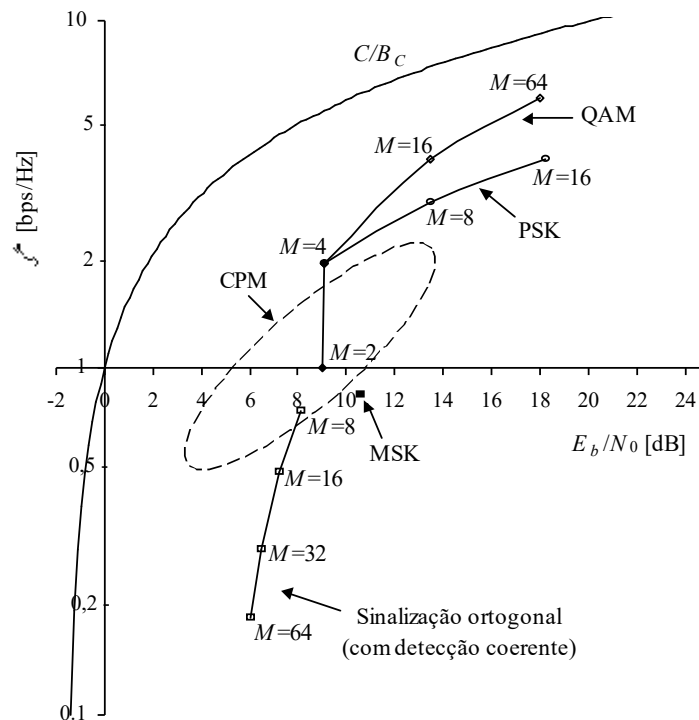


Figura 3.12: Comparação das eficiências espectrais de várias modulações para $P_b=10^{-5}$ em presença de AWGN (com dados de [Proa01-p282, AnSu91]).

A MSK localiza-se numa região menos favorável do plano de eficiências, fora da região dos esquemas CPM mais elaborados. No entanto, na Figura 3.13 é possível observar a melhoria que esse esquema, mesmo que trivial, apresenta face às uma modulações antipodais tradicionais. As percentagens de potência fora de banda estão representadas em dB. Salienta-se que a banda normalizada ao ritmo binário apresentada na Figura 3.13 é a unilateral ($B_{99,0}T_b/2$).

É de notar que a conhecida relação de duplicação de banda entre QPSK e BPSK é constatável na diferença aproximadamente constante de 3 dB entre as duas curvas.

Para a maior parte dos casos pode ser dito que: se a derivada de ordem n do impulso de fase, $q^n(t)$, é a derivada de menor ordem que não é contínua em toda parte, então a DEP decai com $f^{-2(n+1)}$ [ZiPe85-p.230]. Por exemplo o impulso IREC não tem derivadas ($n=1$), logo a DEP da CPFSK decai assintoticamente com f^{-4} (ver MSK na Figura 3.11 e cf. [WiGa81]). O espectro dos sinais com impulsos IRC decai com f^{-8} , independentemente dos valores de M e h [Rodr97 -pp.41-42, AuSu81-pp.207-208]. Esta melhoria do comportamento espectral assintótico faz-se acompanhar por um primeiro lobo superior ao dos esquemas com formatação IREC (CPFSK). Este fenómeno pode ser interpretado intuitivamente, invocando a presença de declives na fase superiores aos do IREC durante algumas porções do impulso $q(t)$.

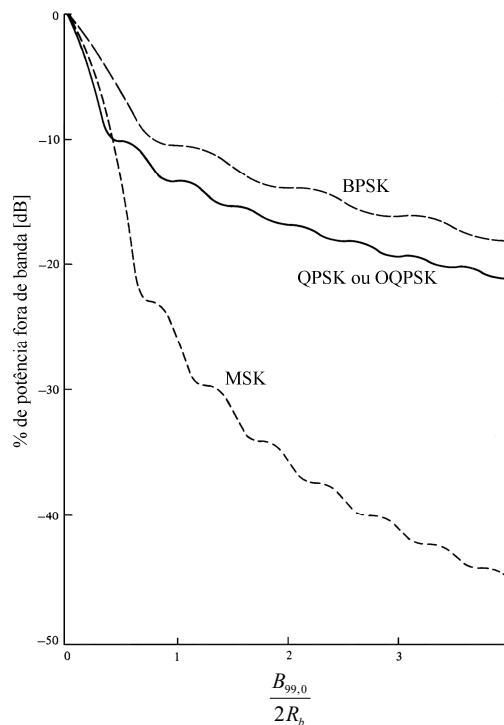


Figura 3.13: Percentagem da potência (em dB) fora da banda (unilateral). Comparação de MSK com BPSK e QPSK (adaptada de [ZiTr95-p.561]).

Em [Proa01-Sec.4.4.2] podem ser consultadas várias DEP's associadas a diferentes combinações de parâmetros h , $g(t)$ e M . Alguns espectros de sinais multi- h são mostrados em [WiGa81, Rodr97]. Em [AnSu91, AuSu82] encontram-se sumários dos resultados conhecidos para as características de eficiência em banda e potência para o caso de esquemas mono- h . O mesmo foi feito para esquemas multi- h em [SaMo91].

O compromisso entre a largura de banda e o ganho de potência também se faz sentir em CPM, sendo esse compromisso regulado pelo índice de modulação h , quando se mantém L constante. Tem-se que a largura de banda dos sinais CPM se reduz quando se diminui o valor de h . Porém, esta diminuição de h implica uma menor variação de fase entre símbolos consecutivos e, logo, uma diminuição da distância mínima, ou seja, do ganho de codificação. Vários autores realizaram uma busca exaustiva e verificaram que para $h < 1/3$ tem-se mesmo uma perda de eficiência de potência (ganho negativo) para as modulações de complexidade tolerável ($M \leq 8$) quando se compara com a MSK. Nesses casos tem-se $d_{\min}^2 < 2$, qualquer que seja o número de índices modulação H [AuSu81]. Em sistemas multi- h , com \bar{h} desta ordem de grandeza, conseguem-se DEQMN's superiores a 2 [SaMo91], provando a vantagem da adição de mais memória na modulação.

Em [Pint98, Rodr97] foram estudados os desempenhos dos esquemas multi- h (2/4, 3/4) e (3/8, 4/8) 1REC em canais de comunicações móveis. Em [ZiPe85-Sec.4.6.3] são apresentados os espectros absolutos e a percentagem de potência fora de banda dos esquemas (2/4, 3/4), (3/8, 4/8) e (1/4, 2/4), todos com formatação 1REC e do (4/8, 5/8, 6/8) 1RC. Aí também se encontram os resultados para o esquema (3/8, 4/8, 5/8), quer para impulsos 1REC quer para 1RC. Nos casos 1REC, a potência fora de banda na zona de interesse prático (até -30 dB) é sempre inferior à da curva para MSK em cerca de 2-3 dB. No caso 1RC a curva só é inferior (≈ 10 dB abaixo de MSK) a partir de $B_{99}T_b \approx 3$ (note-se que a Figura 3.13 está em função de $B_s/R_b = B_s T_s$, logo este valor corresponderá nela à abscissa $B_{99}T_b \approx 1.5$).

É de notar que todos os esquemas seleccionados pelos autores citados possuem um número de estados S que é múltiplo de 4. Esta propriedade permitirá justificar uma das simplificações propostas para o receptor (derivação de métricas), como se descreverá no Capítulo 4.

Já se viu na Secção 3.1.4 que o desempenho (em potência) é analisável conhecendo simplesmente a DEQMN. Na Figura 3.14 apresentam-se os limites superiores (*upper bound*), d_B^2 , conhecidos para a DEQMN de esquemas mono- h para várias M -aridades. O facto de o aumento da M -aridade da modulação parecer conduzir sempre a aumentos da DEQMN não deverá surpreender. Lembre-se que o teorema da capacidade de Shannon antevê a possibilidade duma aproximação à capacidade do canal, embora à custa duma complexidade crescente na modulação.

A comparação de esquemas CPM tem de ter em conta, como em qualquer sistemas de transmissão digital, quer a banda utilizada (dada em termos de $B_s T_b$ ou ζ) quer o desempenho (em termos da

BER). Em CPM é comum usar como referência um ganho de potência medido em relação à MSK. Recordando que a MSK tem uma DEQMN de 2, esse ganho é

$$G = 10 \log \left(\frac{d_{\min}^2}{2} \right). \quad (3.26)$$

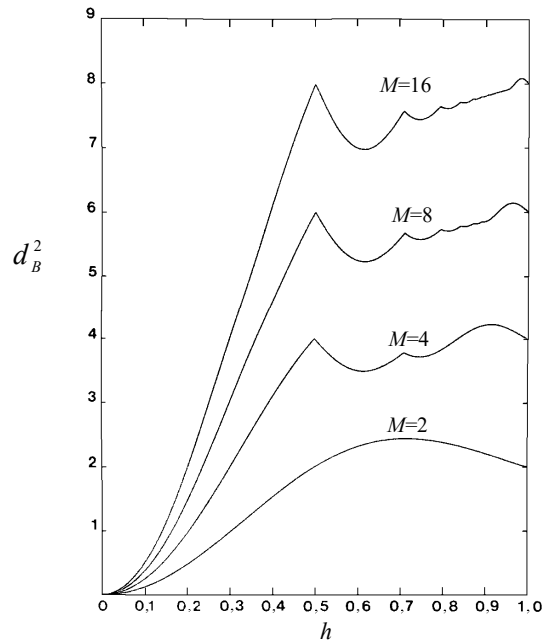


Figura 3.14: Limite superior para a DEQMN de esquemas mono- h M -ários em função do índice de modulação (adaptada de [AnAS86-p.63, Proa01-p.290]).

As curvas d_B^2 da Figura 3.14 constituem uma boa indicação para a escolha de índices de modulação para cada M escolhido, embora seja de realçar que nem em todos os índices de modulação o valor do limite (estimado por Anderson, Aulin e Sundberg) é atingido. É preciso verificar sempre se os esquemas não são *catastróficos*, isto é, se para um certo h o esquema não possui um mínimo local de d_{\min}^2 , muito menor que d_B^2 .

Um resultado interessante que se pode observar na Figura 3.14 é que o aumento da M -aridade da modulação conduz a DEQMN's superiores e logo a uma melhoria no desempenho. Isso é precisamente o contrário do que sucede quer nos processos de modulação lineares, quer na própria transmissão em banda de base. Esta melhoria do desempenho tem como contrapartida o aumento do número de estados de fase, isto é, da complexidade do receptor. Este comportamento é semelhante à adição de complexidade por via da inserção de um codificador de canal (Anexo B) num sistema com uma modulação linear. Este argumento será reforçado na Secção 3.3.2, quando se interpretar a CPM como uma modulação linear codificada.

Na Tabela 3.3 apresentam-se os h óptimos para cada valor de M , isto é, que maximizam d_{\min}^2 .

Tabela 3.3: Valores óptimos do índice de modulação para esquemas mono- h M -ários e correspondentes DEQMN's (extraída de [AuSu81-p.204]).

M	h óptimo	d_{\min}^2	G [dB]
2	0.715	2.434	0.85
4	0.914	4.232	3.26
8	0.964	6.141	4.87
16	0.983	8.088	6.07
32	0.992	10.050	7.01

Na Figura 3.14 vê-se que as curvas do limite superior para a DEQMN exibem máximos locais em $h=1/2$. Porém, a DEQMN nesse ponto é diferente desse limite. Na verdade mostrou-se por simulação [AuSu81] que a DEQMN tem um mínimo local em $h=1/2$ assim como em outros h conforme se pode observar na Figura 3.15 para o esquema 4-CPFSK e na Figura 3.16 para o esquema 8-CPFSK. As figuras mostram os resultados obtidos em função do número de intervalos de símbolo, N , considerados para o cálculo da expressão (3.17) através de simulações. Observa-se que em ambos os esquemas CPM os índices de modulação $h=0.45$ ou $h \approx 0.63$ conduzem a um máximo local da DEQMN. O valor $h=0.45$ ainda se pode considerar afastado de $h=1$, sendo por isso de antever que permita uma razoável compactação espectral.

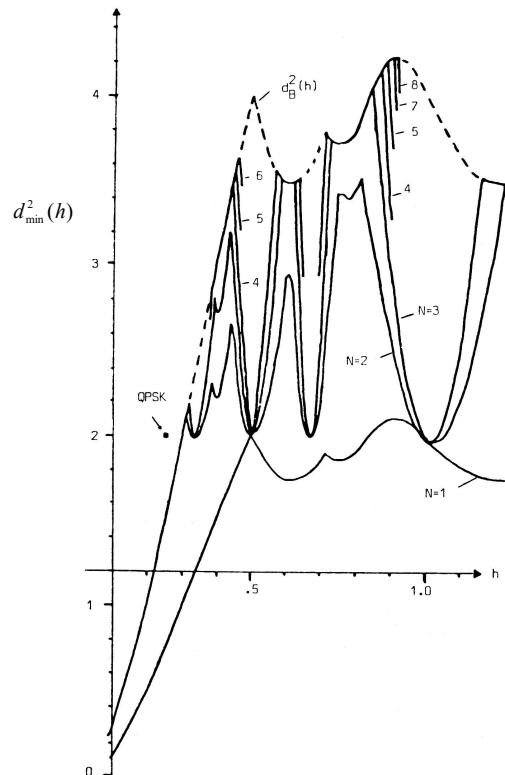


Figura 3.15: Evolução das DEQMN's de CPM com $M=4$ e impulsos 1REC (adaptada de [AuSu81]). N é o número de intervalos de símbolo que os autores consideraram entre pontos de fusão de caminhos.

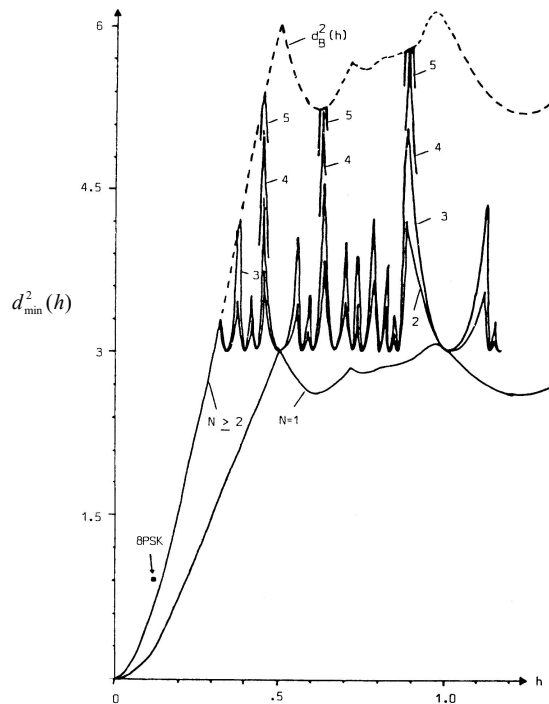


Figura 3.16: Evolução das DEQMN's de CPM com $M=8$ e impulsos 1REC (adaptada de [AuSu81]). N é o número de intervalos de símbolo que os autores consideraram entre pontos de fusão de caminhos.

Todos os estudos em CPM codificada procuram a melhor relação em termos de potência, banda e complexidade, tendo-se observado em todas as soluções que:

- i) A distância euclidiana, da qual o desempenho depende, aumenta em geral à custa da expansão da banda requerida, tal como é comum nas modulações digitais;
- ii) A banda é reduzida à custa do aumento da complexidade: ou aumentando a M -aridade ou reduzindo o índice de modulação; i.e, em ambos os casos, aumentando o número de estados da modulação.

Os esquemas de resposta parcial conseguem uma redução de banda (maior suavidade das transições) incrementando a distância euclidiana (devido ao aumento da memória da modulação). Porém estas vantagens são conseguidas à custa dum grande aumento do número de estados a detectar. Por este motivo a hipótese da sua consideração neste trabalho foi eliminada. Por outro lado, os sistemas de resposta parcial parecem exibir um efeito de saturação, quer no desempenho em potência quer na redução espectral, ao incrementar-se a extensão dos impulsos de fase. Sendo assim, existe uma limitação para a possibilidade de encontrar, por essa via, formatações com envolvente constante mais eficientes em banda e potência [Sven00].

Na Figura 3.17 são comparados vários esquemas conhecidos através da representação conjunta da banda bilateral normalizada ao ritmo binário e do ganho G . Destaca-se que esta figura confirma o

índice de modulação $h=0.45$ como sendo uma muito boa escolha no caso das modulações 4-CPFSK e 8-CPFSK, tal como se tinha concluído das Figuras 3.14 e 3.15.

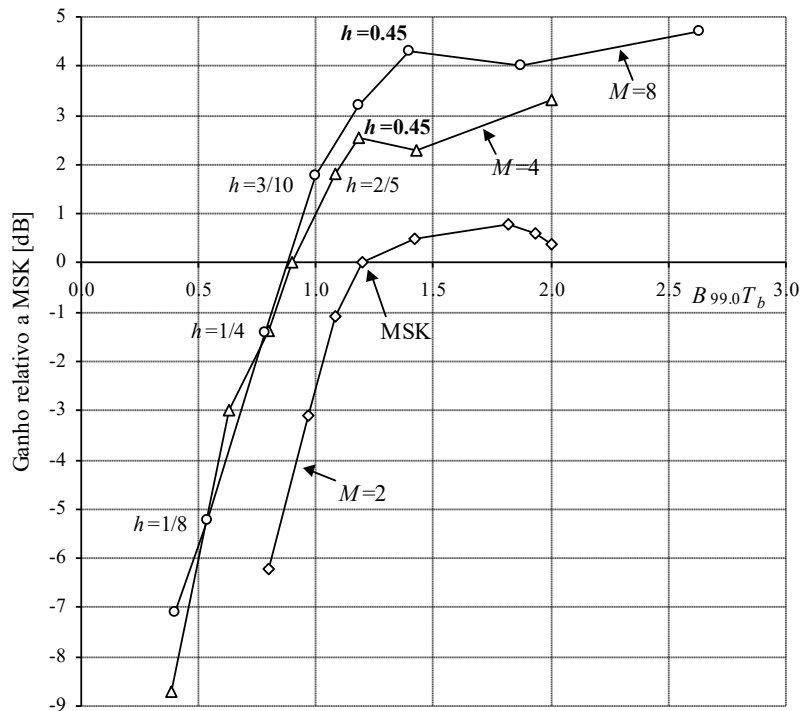


Figura 3.17: Comparação conjunta do desempenho e largura de banda $B_{99,0}$ para esquemas M -CPFSK. A comparação é feita fixando o ritmo binário, R_b (com dados de tabelas e gráficos de [SaMo91, AuSu82,AuSu81]).

Os valores de alguns dos esquemas CPM podem também ser consultados na Tabela 3.4. Nesta tabela apenas se incluíram os esquemas cujo índice de modulação era indicado nas referências ou era possível conhecê-lo através do cruzamento de referências. Tal como na Figura 3.17, destacam-se na tabela os esquemas com melhor compromisso entre ganho e largura de banda e que, para além disso, possuem um número de estados, S , que respeita a condição principal que permite a aplicação desses esquemas conjuntamente com o receptor proposto do Capítulo 4.

Tabela 3.4: DEQMN's de alguns esquemas M -CPFSK e correspondentes e ganhos (com dados de tabelas e gráficos de [SaMo91, AuSu82,AuSu81])

M	$h=p/q$	h	S	$B_{99,0}T_b$	d_{\min}^2	G [dB]
4	1/4	0.250	8	0.80	1.45	-1.38
4	2/5	0.400	10	1.08	3.04	1.82
4	9/20	0.450	40	1.18	3.60	2.56
8	1/8	0.125	16	0.54	0.60	-5.23
8	3/10	0.300	20	1.00	3.00	1.76
8	9/20	0.450	40	1.40	5.40	4.31

Finalmente, na Tabela 3.5 apresentam-se os esquemas multi- h que possuem o melhor equilíbrio entre as eficiências de banda e de potência.

Tabela 3.5: Características de esquemas multi- h atraentes (e MSK) [Pint98, Rodr97, SaMo91, AuSu81-p.208, MuHi81].

Esquema multi- h	H	G [dB]	$B_{95,0}T_s$	$B_{99,0}T_s$	$B_{99,5}T_s$	δ
MSK	1	0	0.78 ⁽⁴⁾	1.20	2.76	2-4
(7/16, 8/16)	2	2.19	0.90	1.18	1.36	21
(6/16, 7/16, 8/16)	3	2.10	0.86	1.18	1.32	20
(6/14, 7/14)	2	2.07	0.88	1.18	1.36	19
(5/14, 6/14, 7/14)	3	1.96	0.86	1.16	1.30	16-18
(4/10, 5/10)	2	1.72	0.88	1.18	1.32	11
(6/15, 7/15)	2	1.67	0.86	1.16	1.30	20
(4/16, 6/16, 7/16, 8/16)	4	1.65	0.80	1.12	1.28	7-20
(5/15, 6/15, 7/15)	3	1.53	0.80	1.12	1.28	20
(4/12, 5/12, 6/12)	3	1.47	0.82	1.16	1.30	13
(3/8, 4/8)	2	1.45	0.86	1.18	1.32	8

As considerações associadas aos sistemas de resposta parcial são extensíveis aos esquemas multi- h .

O parâmetro δ é a profundidade de decisão do algoritmo MLSD usado (ver Anexo E). Quando se indica um intervalo de valores para δ tal significa que o ganho de potência do esquema não se altera dentro dessa gama.

3.2 – CPM com codificação de canal

Neste trabalho considera-se apenas a codificação convolucional (ver Anexo B) por ser a mais estudada em concatenação com CPM.

A cada iteração, os bits de informação entram no codificador agrupados em blocos $\mathbf{\alpha}_i = \{\alpha_i(1), \alpha_i(2), \dots, \alpha_i(\mu)\}$. A sequência codificada é ela própria composta de sequências, tal que, $\mathbf{\beta} = \{\mathbf{\beta}_1, \mathbf{\beta}_2, \dots\}$, onde $\mathbf{\beta}_i = \{\beta_i(1), \beta_i(2), \dots, \beta_i(\eta)\}$.

Cada símbolo codificado obtém-se dos bits de informação segundo

⁴ Este valor corresponde a $B_{90,0}T_s$ e não a $B_{95,0}T_s$ [AuSu81-p.208] sendo por isso inferior ao que seria comparável com os restantes valores da coluna.

$$\beta_i(m) = \sum_{j=1}^{\mu} \sum_{k=0}^{K_j} \alpha_{i-k}(j) g_k(j, m) \pmod{2}, \quad m=1, 2, \dots, \eta \quad (3.27)$$

onde $g_k(j, m)$ é 1 quando α_{i-k} deve ser somado na j -ésima linha do codificador e 0 caso contrário.

Em qualquer processo de codificação de canal é possível definir uma *razão do código* por

$$\nu = \mu / \eta. \quad (3.28)$$

Pode também definir-se uma *memória do código* como [HoMc88]

$$K = K_1 + K_2 + \dots + K_{\mu} \quad (3.29)$$

em que K_n é a memória de cada linha de atraso do codificador convolucional.

O esquema geral duma concatenação série de codificação convolucional com CPM (SCCPM – *serially concatenated CPM*) é apresentado na Figura 3.18.

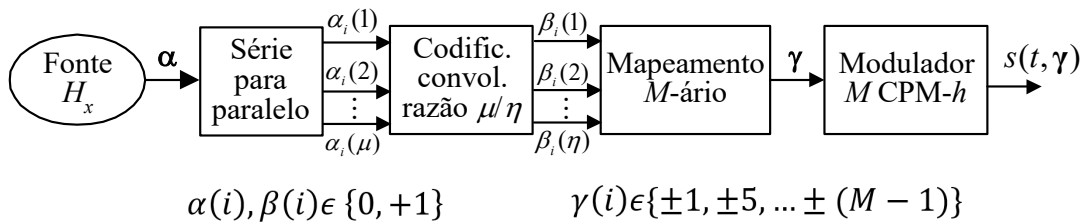


Figura 3.18: Concatenação da codificação com CPM.

Os símbolos γ_i a transportar em CPM obter-se-ão neste trabalho através do uso de um *mapeamento natural*, formalmente descrito por

$$\gamma_i = \left\{ \sum_{j=1}^{\eta} \beta_i^{(j)} 2^{\eta-j+1} \right\} - M + 1 \quad (3.30)$$

sendo $\{\beta_i^{(1)}, \dots, \beta_i^{(\eta)}\}$ a saída do codificador no intervalo i , tal como representado na Figura 3.18. Na Tabela 3.6 mostra-se o mapeamento deste tipo no caso de $M=4$.

Tabela 3.6: Mapeamento natural no caso de $M=4$.

β_i	γ_i
00	-3
01	-1
10	+1
11	+3

A introdução de um codificador de canal alarga de um factor $1/\nu$ a banda requerida em RF. A investigação realizada em esquemas codificados foi sempre feita considerando válida esta forma de extrapolação da banda da CPM simples para a codificada.

Como se disse na Secção 1.2.1, a busca de códigos foi historicamente a terceira linha de investigação. Inicialmente, a busca foi meramente heurística [PiWi85, LiSA84] até que Ho e McLane propuseram critérios de procura de códigos que minimizam o conjunto de códigos possíveis. As regras de mapeamento propostas inicialmente em [HoMc88] são:

- 1- Os M símbolos de canal são divididos em dois subconjuntos M_1 e M_2 . Cada subconjunto contém $M/2$ símbolos de canal e M_1 e M_2 são disjuntos;
- 2- Às transições originárias do mesmo estado são atribuídos símbolos de M_1 ou M_2 ;
- 3- Às transições que convergem para um mesmo estado são atribuídos símbolos de M_1 ou M_2 ;
- 4- Seja γ_i a saída associada ao estado $S_i = (\alpha_{i-1}^{(1)}, \dots, \alpha_{i-K_1}, \dots, \alpha_{i-1}(\mu), \dots, \alpha_{i-K_\mu}(\mu))$ do codificador convolucional, o estado complementar \bar{S}_i , devido à sequência de entrada $\bar{\alpha}$, então a saída associada a \bar{S}_i deve ser $-\gamma_i$. $\bar{\alpha}$ é a sequência cujos elementos são o complemento para 2 dos elementos de α .

Note-se que a última regra impõe uma simetria enquanto que as restantes seguem de perto as regras de partição de Ungerboeck para TCM no âmbito da codificação de canal [Unge82].

Existem 2 códigos com $K=2$, 10 códigos com $K=3$ e 44 códigos com $K=4$ que cumprem os critérios definidos [HoMc88]. É interessante observar que, observando estes critérios, os resultados destes autores conduziram à selecção dos mesmos códigos obtidos por busca exaustiva nos trabalhos anteriores.

Em [AnSu91] são apresentadas curvas para os limites teóricos simultâneos de eficiências de banda e potência para vários esquemas concatenados. O esquema concatenado de CPFSK com parâmetros ($\nu=2/3$, $K=3$, $M=8$, $h=1/6$) atinge o limite superior esperado para os esquemas octonários ($M=8$) concatenados com códigos de razão $\nu=2/3$, sendo os seus 48 estados um número aceitável.

Na Figura 3.19 compara-se esse esquema com os de razão $\nu=1/2$, que foram historicamente os primeiros a serem investigados [LiSA84]. É possível verificar que o esquema com $\nu=2/3$ é muito mais eficiente espectralmente do que os esquemas de $\nu=1/2$ para o mesmo desempenho. Esta a conclusão é generalizável à comparação de outros códigos com $\nu=2/3$ e $\nu=1/2$, como se conclui dos estudos de [HoMc88].

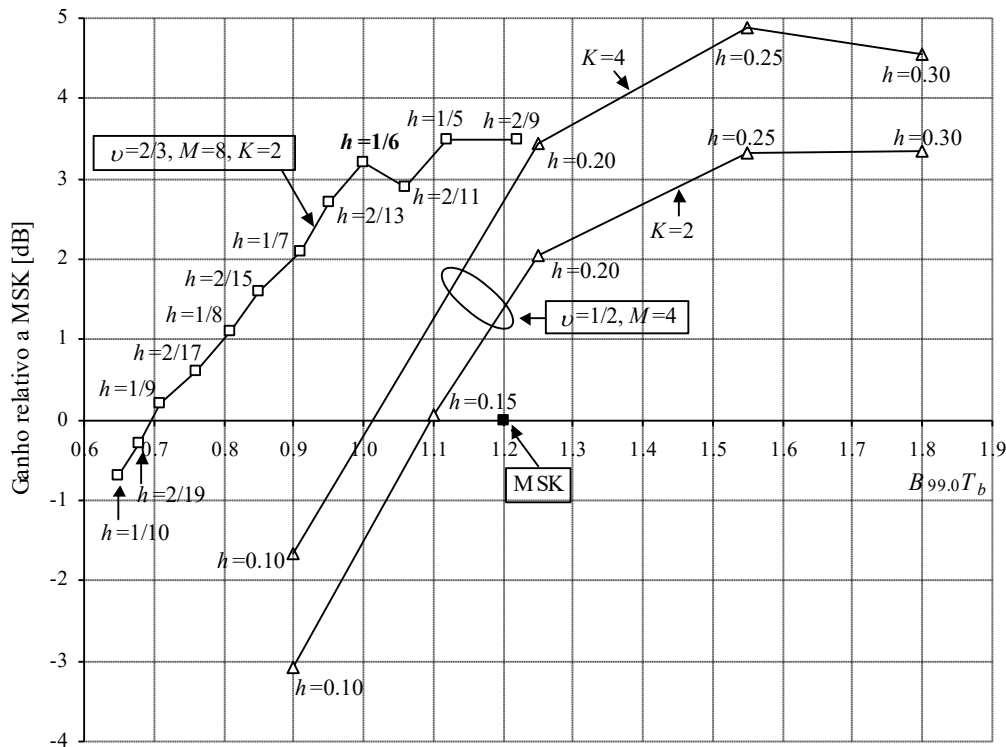


Figura 3.19: Comparação conjunta da banda $B_{99,0}$ e desempenho relativo ao MSK de esquemas CPFSK codificados, para as razões $\nu=2/3$ e $\nu=1/2$ (resultados compilados de gráficos e tabelas de [LiSA84, HoMc88] nos casos $\nu=1/2$ e de [AnSu91, HoMc88] para $\nu=2/3$).

As curvas dos casos com $M=4$ e $\nu=1/2$ ($K=2$ e $K=4$) prosseguem para a zona exterior direita da Figura 3.19. Nessa zona há esquemas que atingem ganhos bastante superiores:

- $G= 3.98$ dB ($d_{\min}^2=5.00$), $h=1/2$, com $K=2$, código (1,7), sendo $B_{99,0}T_b=2.52$;
- $G= 5.44$ dB ($d_{\min}^2=7.00$), $h=1/2$, com $K=4$, código (1,7), sendo $B_{99,0}T_b=2.52$.

Porém, note-se que esses ganhos são atingidos à custa de uma expansão de banda para mais do dobro da utilizada em MSK ($B_{99}T_b=1.2$), o que foi motivo para a sua exclusão.

Na Tabela 3.7 é possível aceder aos valores absolutos das DEQMN e dos valores da banda $B_{99}T_b$, assim como o código mais simples com que podem ser alcançados, uma vez que há códigos equivalentes, com implementação diferente (IIR – *infinite impulse response* ou FIR – *finite impulse response* – ver e.g. [HeWi99-Cap.2]).

Tabela 3.7: Esquemas 4-CPFSK codificados com razão $\nu=1/2$ (resultados compilados cruzando os valores dos gráficos e tabelas de [LiSA84, HoMc88]).

K	h	Código	$B_{99.0}T_b$	d_{\min}^2	G [dB]
2	0.10	(7.2)	0.90	0.983	-3.09
2	0.15	(7.2)	1.10	2.029	0.06
2	0.20	(7.2)	1.25	3.202	2.04
2	0.25	(7.2)	1.55	4.302	3.33
2	0.30	(7.2)	1.80	4.312	3.34
4	0.10	(31.2)	0.90	1.362	-1.67
4	0.20	(31.2)	1.25	4.427	3.45
4	0.25	(31.2)	1.55	6.151	4.88
4	0.30	(7.20)	1.80	5.702	4.55

A Tabela 3.8 apresenta 9 esquemas de CPM simples ou concatenada com codificação convolucional, de resposta total e parcial, que revelam simultaneamente uma boa eficiência de banda (contendo 99% da potência) e um bom desempenho em potência. Incluiu-se a MSK para uma melhor referência. A selecção resulta duma compilação dos gráficos e tabelas de [AnSu91, HoMc88, AnAS86-Apêndice D].

Tabela 3.8: Esquemas CPM com melhor eficiência de banda e potência.

ν	K	Código ⁽⁵⁾	$g(t)$	M	h	G_{MSK} [dB]	$\zeta_{99.0}$ [bps/Hz]	$B_{99.0}T_s$	S
		<i>Não codificada</i>	1REC	2	1/2	0	0.84	1.20	4
		<i>Não codificada</i>	3RC	4	3/5	3.6	0.84	1.19	160
		<i>Não codificada</i>	3RC	4	1/2	2.2	1.00	1.00	64
2/3	2	(7,2)	1REC	8	1/6	3.2	1.00	1.00	48
2/3	3	(15,2)	1REC	8	1/6	4.0	0.97	1.03	96
2/3	3	(15,2)	1REC	8	1/5	3.8	0.84	1.19	80
2/3	3	(15,2)	2RC	8	1/6	3.2	1.26	0.79	384
2/3	3	(13,4)	2RC	8	2/9	4.0	1.00	1.00	576
3/4	4	(33,4) ⁽⁶⁾	1REC	16	2/15	4.5 ⁽²⁾	1.05	0.95	480
4/5	4	(33,4) ⁽⁴⁾	1REC	32	2/15	5.7 ⁽²⁾	0.80	1.25	480

O critério principal de selecção para a inclusão na Tabela 3.8 foi o da complexidade associada, quantificada pelo número de estados, tal como definidos em (3.10). Existem esquemas com melhores características espectrais e com ganhos superiores, mas geralmente possuem centenas ou mesmo

⁵ Indicam-se somente as ligações associadas à linha de registos.

⁶ Obtido de [AnAS86-Apêndice D].

milhares de estados [AnSu91, HoMc88, LiSA84], o que os torna actualmente impraticáveis, mesmo com receptores sub-óptimos. Os esquemas com codificadores de razão $\nu=2/3$ têm características muito superiores a todos os de $\nu=1/2$. Por sua vez, todos eles são superiores aos esquemas da família de resposta parcial não codificada (3RC, $M=4$).

O código destacado na Tabela 3.8, já incluído atrás na Figura 3.19, é o escolhido para este trabalho por ser o que possui uma melhor relação entre a eficiência de banda, $\zeta_{99,0}$, e a eficiência de potência, G_{MSK} , preservando uma complexidade muito aceitável com os seus $S=48$ estados. Este código possui $d_{\text{min}}^2=4.1407$ [AnAS86-Apêndice D], i.e: $G=3.16$ dB (a Tabela 3.8 indica apenas uma casa decimal, para uniformizar a informação recolhida). Com $K=3$ o ganho sobe até 4.0 dB, mas o número de estados duplica e a banda alarga ligeiramente. Em [BDMS91-p.246] concluiu-se que essa é a melhor concatenação conhecida, porém, para manter a complexidade bastante baixa, optou-se pelo esquema de $K=2$, como já referido. Comparando com o MSK, este esquema é 20% mais eficiente em termos da largura de banda $B_{99,0}$ ($B_{99}T_b=1.20$), tendo um ganho superior a 3dB.

Assim, optou-se por estudar neste trabalho a seguinte concatenação, tal como estabelecida na Figura 3.1:

- i) Código com razão $\nu=2/3$ e memória $K=2$, definido em notação polinomial por $g(x) = [1, x^2+x+1, x+1]$. Recorde-se que na notação polinomial o expoente de x corresponde ao atraso na linha de registos. Em notação octal o código é identificável por (1,7,2). A implementação do codificador é feita com o esquema da Figura 3.20.
- ii) Esquema CPM com $M=8$, $h=1/6$, 1REC.

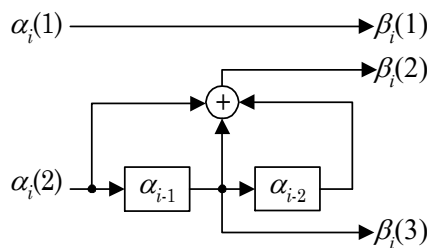


Figura 3.20: Codificador convolucional (1,7,2), $\nu=2/3$, $K=2$.

O esquema resultante constitui a cadeia de Markov expressa pelo diagrama de estados da Figura 3.21. Este esquema obedece às quatro regras de Ho e McLane, sendo os 8 símbolos de canal agrupados na forma: $\{-7, -3, 1, 5\}, \{7, 3, -1, -5\}$.

Para cada um dos 12 estados de fase no início de cada intervalo de símbolo, há $2^K=4$ estados possíveis definidos pelo codificador da Figura 3.20. Recorrendo a (3.10b) compreende-se que o número de estados indicado na Tabela 3.8 seja $S=2 \times 6 \times 2^2=48$.

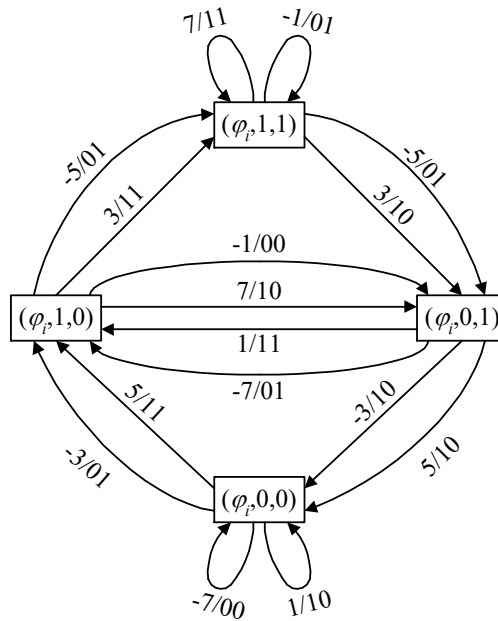


Figura 3.21: Diagrama de estados para a concatenação de CPM $h=1/6$, $M=8$ com o codificador convolucional $(1,7,2)$.

Em [AnAS86-Apêndice D] existe a indicação de um esquema codificado resultante da concatenação da CPM octonária, $h=1/5$, 1REC, com o código $(5,2)$ ou com o $(7,2)$, ambos de razão $\nu=2/3$ e memória $K=2$, possuindo um ganho um pouco superior: $d_{\min}^2=4.4636$, i.e, $G=3.49$ dB. Porém o número de estados da modulação é $S=2 \times q=10$, o que não permitiria a aplicação da técnica de derivação de métricas proposta no Capítulo 4, fundamental para a redução de complexidade do receptor proposto nesta tese.

3.3 – Decomposições analíticas

Em 1986 Laurent mostrou que um sinal CPM, descrito na Secção 3.1, pode ser expresso como sendo uma soma de sinais PSK modulados em amplitude (AMP – *amplitude modulated phase*) [Laur86, YuGo02, DuPr01a, MeAn97-Sec.4.2]. O resultado principal alcançado pela aplicação desta decomposição foi o estabelecimento da capacidade de um canal quando se utiliza CPM sem restrições. Conhece-se a capacidade de um canal com AWGN quando não se impõem quaisquer restrições à modulação (capacidade de Shannon, cf. Secção 2.1.3). Em [YuGo02] obteve-se a a capacidade de um canal quando se restringe a modulação à forma dos sinais CPM.

Uma outra decomposição é a que Rimoldi apresentou em 1988 e que permite separar o processo de modulação CPM em dois processos concatenados. O primeiro é feito num codificador baseado em registos (CPE – *continuous phase encoder*), linear num anel de inteiros módulo q , e o segundo é um

simples modulador de fase sem memória (MM – *memoryless modulator*). Esta decomposição permite que o projecto do codificador de canal seja feito de forma adaptada e em conjunto com o CPE [Rimo88, LeBW00, BDMS91-Sec.6B.2].

3.3.1 – Decomposição de Laurent

Segundo a decomposição de Laurent o sinal CPM é expresso na forma

$$s(t, \gamma) = \sqrt{2E_s} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{M-1} J^{\gamma_{k,i}} \Theta_k(t - iT_s). \quad (3.31)$$

M é o número de componentes, existindo $M=2^{L-1}$ componentes (ou *ramos*), $J = e^{jh\pi}$, $\Lambda_k(t)$ são os impulsos de formatação da modulação linear definida (*impulsos de Laurent*) e

$$\gamma_{k,i} = \sum_{j=-\infty}^i \gamma_j - \sum_{l=0}^{L-1} \gamma_{i-l} B_k(l) \quad (3.32)$$

onde $B_k(l)$ é o l -ésimo bit da representação binária do número k . Os restantes símbolos usados já foram definidos em 3.1.

Seja

$$\Omega_n(t) = \frac{\sin(X(t - iT_s))}{\sin(h\pi)} \quad (3.33a)$$

$$X(t) = \begin{cases} q(t), & t < LT_s \\ h\pi - q(t - LT_s), & t \geq LT_s \end{cases} \quad (3.33b)$$

os impulsos de Laurent são expressos por

$$\Lambda_k(t) = \Omega_0(t) \times \prod_{l=1}^{L-1} \Omega_{l+B_k(l)}(t) \quad (3.34)$$

para $k \in \{0, 1, \dots, M-1\}$ e $0 \leq t \leq \left(T_s \cdot \min_{l=1,2,\dots,L-1} \left\{ L(2 - B_k(l)) - l \right\} \right)$, sendo $\Lambda_k(t)=0$ no domínio restante.

A representação de Laurent pode ser mais compacta dispensando a definição autónoma das expressões (3.33), assim como de J e $A_{k,i}$, substituindo-as logo em (3.31) e (3.34). Porém, a apresentação feita permite identificar de forma clara que as características conhecidas da CPM são consequência de cada um dos blocos descritos atrás e representados na Figura 3.22.

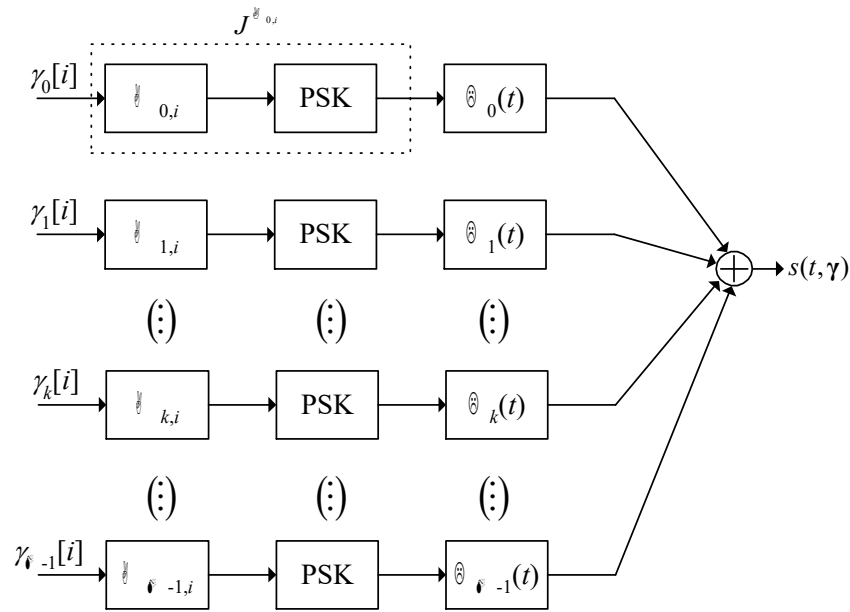


Figura 3.22: Decomposição de Laurent.

De (3.32) pode-se ver que os símbolos de informação, pré-codificados através de $A_{k,i}$, são modulados linearmente. Note-se que $J^{h_{k,i}}$ é um símbolo que assume valores de entre q pontos localizados de forma equidistante sobre o círculo unitário do plano complexo (recorde-se que $h=p/q$). A não linearidade da CPM é aqui isolada, sendo interpretável como uma selecção de símbolos na “constelação” referida, obviamente condicionada pelos símbolos de informação. Todas as restantes operações da decomposição são lineares. A pré-codificação dos bits de informação nos $A_{k,i}$, é uma filtragem (ou codificação) linear. Vê-se em (3.32) que essa pré-codificação introduz o efeito de memória da CPM através de uma filtragem FIR e uma IIR e é completamente definida pela representação binária do número k de cada componente. Posteriormente cada símbolo complexo $J^{h_{k,i}}$ (que é um sinal PSK) é linearmente modulado por um impulso de Laurent, $\Lambda_k(t)$, que é fixo para cada componente da decomposição, isto é, com possibilidade de armazenamento prévio em memória. Em cada um destes ramos tem-se afinal uma sequência de impulsos modulados em amplitude, denominada por sequência de AMP’s (*amplitude modulated pulse*). O sinal CPM resulta da soma de M sinais desse tipo.

Como se disse, os impulsos de Laurent são fixos e construídos a partir de (3.34), podendo estar previamente armazenados. Nessa expressão pode-se também ver que os impulsos incorporam também o efeito de memória da CPM: o impulso $\Lambda_0(t)$ tem duração $(L+1)T_s$; o impulso $\Lambda_1(t)$ tem duração $(L-1)T_s$, os impulsos $\Lambda_2(t)$ e $\Lambda_3(t)$ têm duração $(L-2)T_s$; os impulsos $\Lambda_4(t)$ $\Lambda_5(t)$ $\Lambda_6(t)$ e $\Lambda_7(t)$ têm todos duração $(L-3)T_s$, e assim por diante até que os últimos $M/2$ impulsos têm duração T_s (lembre-se que existem 2^{L-1} ramos). Quando $L=1$ é fácil de ver a partir de (3.33) que só existe uma componente $\Lambda_0(t)=\Omega_0(t)$. Em MSK esse impulso $\Lambda_0(t)$ é a arcada de seno definida em $0 \leq t \leq T_s$, tal como já foi

mostrado nas expressões (2.37). Por sua vez, em OQPSK, mostra-se que esse impulso é a constante $1/\sqrt{2}$ em $0 \leq t \leq T_s$, tal como se subentendeu também na Secção 2.2.3. Tal como na Secção 3.1.2 se definiu a BPSK dentro da CPM, também aqui se verifica que a abordagem de modulações com descontinuidades de fase é possível usando ferramentas matemáticas de análise da CPM.

3.3.2 – Decomposição de Rimoldi

Para efectuar a separação de Rimoldi começa-se por se definir uma nova frequência de portadora

$$f_1 = f_c - \frac{h(M-1)}{2T_s} \quad (3.35)$$

assim como uma nova fase, obtida a partir da fase (3.2):

$$\tilde{\varphi}(t, \gamma) = \varphi(t, \gamma) + \frac{h\pi(M-1)}{T_s} t, \quad iT_s \leq t \leq (i+1)T_s. \quad (3.36)$$

Pode-se interpretar que existe um desvio da frequência da portadora inicial, f_0 , de $h(M-1)/(2T_s)$ Hz-cf. (3.35)- que compensa a “torção” de fase⁷ de $h\pi(M-1)/T_s$ radianos.

Define-se agora uma sequência modificada de símbolos

$$\tilde{\alpha}_i = \frac{\alpha_i + (M-1)}{2} \quad (3.37)$$

que, como é fácil de concluir, gera símbolos pertencentes ao conjunto $\{0, 1, 2, \dots, M-1\}$. Com o uso destes símbolos, a fase modificada $\tilde{\varphi}(\tau + iT_s, \tilde{\mathbf{a}})$ modulo 2π fica [LeBW00, Rimo88]

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}(\tau + iT_s, \tilde{\mathbf{a}}) = & \left(\left[2\pi h \sum_{k=0}^{i-L} \tilde{\alpha}_k \right] \bmod q + 4\pi h \sum_{k=0}^{L-1} \tilde{\alpha}_{i-k} q(\tau + kT_s) + \right. \\ & \left. + h\pi(M-1) \left(\frac{\tau}{T_s} - 2 \sum_{k=0}^{L-1} q(\tau + kT_s) + (L-1)(M-1)h\pi \right) \right) \\ & \bmod 2\pi, \quad 0 \leq \tau \leq T_s. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Repare-se que a terceira parcela da expressão anterior não depende dos símbolos de informação, sendo implementável no modulador sem memória (MM). A dependência da informação existe na primeira parcela, na soma mod q de todos os símbolos passados até ao intervalo $i-L$, inclusive. A

⁷ *Phase tilting* em inglês. A fase modificada, definida por Rimoldi, é conhecida por *tilted phase* ou ainda, reforçando o seu significado, referida como *physical tilted phase*.

evolução da fase durante o intervalo de símbolo deve-se ao símbolo presente e aos L símbolos ainda na memória da CPM, que actuam através de $q(t)$. É isto que permite fazer a separação da construção do sinal CPM em dois blocos: CPE+MM (já referidos no início de 3.3). A primeira é uma codificação de todos os bits passados (separável em duas codificações distintas, conforme se acabou de indicar); a segunda é uma modulação de fase sem memória.

Como exemplo simples, mostra-se na Figura 3.23 a árvore de fases de Rimoldi para a MSK. Esta figura deverá ser comparada com a fase da MSK da Figura 3.5(a).

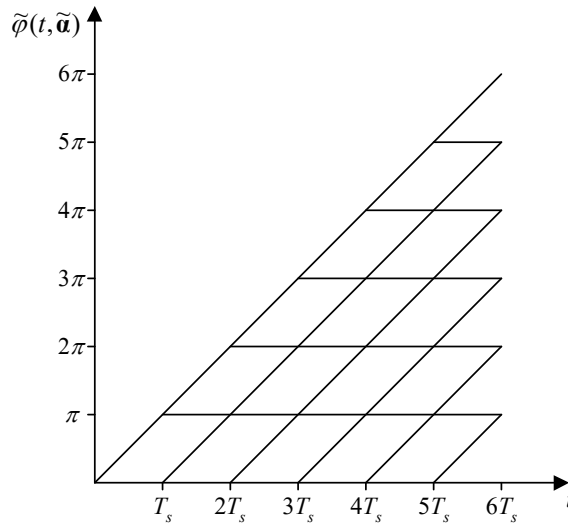


Figura 3.23: Árvore da fase de Rimoldi para a MSK.

Já se viu que a forma da árvore de fase de uma modulação CPM varia ao longo do tempo. Em cada intervalo de símbolo nem todas as transições são possíveis. Isso é visível quer na Figura 3.5(a) quer na Figura 3.9. A vantagem da fase de Rimoldi é que, após o transitório inicial, ela é descrita por uma árvore de fases invariante no tempo, durante cada intervalo de símbolo.

Os símbolos de saída do CPE podem ser agrupados da forma

$$X_i = \underbrace{[\tilde{\alpha}_i, \tilde{\alpha}_{i-1}, \dots, \tilde{\alpha}_{i-L+1}]}_{X_{i,1}}, \underbrace{V_i}_{X_{i,2}} \quad (3.39a)$$

$$V_i = \sum_{k=0}^{i-L} \tilde{\alpha}_k \text{ mod } q. \quad (3.39b)$$

A separação de X_i é feita de modo a que $X_{i,1}$ sejam símbolos no anel de inteiros Z_M – dada a forma de construção dos $\tilde{\alpha}_i$, definida em (3.37) – e $X_{i,2}$ sejam símbolos no anel de inteiros Z_p . O CPE gera os símbolos X_i e entrega-os ao MM. Este tem por função gerar a correspondente evolução de fase, que é uma das possíveis transições, invariantes em cada T_s . O esquema conceptual da separação de Rimoldi

está na Figura 3.24.

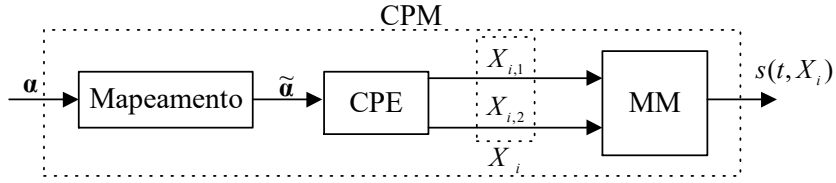


Figura 3.24: Decomposição de Rimoldi.

Agora é possível re-escrever a fase de Rimoldi usando as variáveis acabadas de estabelecer:

$$\tilde{\varphi}(\tau, X_i) = 2\pi h V_n + 4\pi h \sum_{k=0}^{L-1} \tilde{\alpha}_{i-k} q(\tau + kT_s) \pmod{2\pi}, \quad 0 \leq \tau \leq T_s. \quad (3.40)$$

Finalmente, com $\omega_1 = 2\pi f_1$, o sinal CPM em cada intervalo de símbolo é

$$s(\tau, X_i) = \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}} \cos(\omega_1(\tau + iT_s) + \tilde{\varphi}(\tau, X_i) + \tilde{\varphi}_0), \quad 0 \leq \tau \leq T_s \quad (3.41)$$

onde $\tilde{\varphi}_0$ é uma fase inicial arbitrária.

Capítulo 4

Estrutura de recepção

A simetria tem qualquer coisa de fascinante para o espírito humano.

(...) Qual simetria? Se olharem para mim, verificarão que sou simétrico, o lado esquerdo é igual ao lado direito, pelo menos exteriormente. Um vaso também pode ser simétrico, como eu, ou de outro modo. Como se pode definir melhor esta noção? O facto de eu ter simetria bilateral significa que se puserem tudo o que está no meu lado esquerdo no meu lado direito, e vice-versa – se, simplesmente, trocarem os dois lados –, fico exactamente com o mesmo aspecto. Um quadrado tem uma simetria particular, uma vez que, se o rodarmos de 90°, ainda fica com o mesmo aspecto. O matemático Weyl¹ deu uma excelente definição de simetria: um objecto é simétrico se depois de submetido a qualquer acção o seu aspecto se conserva.

(Richard P. Feynman, O que é uma Lei Física?, Cap. IV, Gradiva, 1989)

No capítulo anterior abordaram-se as características dos sinais CPM. Este capítulo começa por expor o problema da detecção de CPM e apresenta o seu receptor óptimo. Em seguida é apresentado o receptor sub-óptimo proposto, resumindo-se as funções dos três blocos que o compõem. As secções seguintes focam em separado cada um desses blocos. São também incluídas considerações sobre o problema geral da detecção de sequências e da projecção de sinais em espaços lineares.

4.1 – Detecção de CPM: o problema

Um processo de modulação CPM é na verdade uma cadeia de Markov M -ária e de ordem $L-1$ (ver Anexo D.1). Quando existe a concatenação com codificação de canal convolucional (descrita em 3.2) o processo total pode também ser visto como sendo uma única cadeia de Markov de ordem $L-1+K$. A memória do codificador, K , foi definida em 3.2. Assim, a análise da detecção da CPM, (codificada ou não) pode ser feita aplicando os conceitos de *estados* e *transições*. A definição dos estados já foi realizada e quantificada em 3.1. Uma análise das transições não foi logo aí efectuada por não ser essencial numa apresentação da modulação; no entanto é-o na abordagem do problema da sua detecção. Nesta secção e nas próximas aborda-se o problema da detecção de CPM não codificada, o

¹ Herman Weyl, 1885-1955, matemático alemão.

que permitirá uma exposição mais clara do que se fosse sobrecarregada com a notação associada à codificação. No fim estender-se-ão os conceitos para o caso da CPM com codificação convolucional.

Como a evolução de um sinal pode dar-se a partir de um dado estado de M formas diferentes, o número de transições ou *ramos* que partem de cada estado (ou chegam a cada estado) é

$$\Xi = S \cdot M. \quad (4.1)$$

Recorrendo à expressão (3.10), tem-se que o número de transições depende do numerador p do índice de modulação, sendo dado por

$$\Xi = q \cdot M^L, \text{ para } p \text{ par}, \quad (4.2a)$$

$$\Xi = 2q \cdot M^L, \text{ para } p \text{ ímpar}. \quad (4.2b)$$

As transições serão numeradas de 1 a Ξ respeitando dois critérios:

- i) *Ordem de estado*: Todas as transições que se partem de um estado de menor ordem, $(S^{(m)})$, surgem antes de qualquer outra transição que parta de um estado de maior ordem, $S^{(n)}$, sendo $\arg\{S^{(n)}\} > \arg\{S^{(m)}\}$;
- ii) *Ordem de símbolo*: as transições que partem do mesmo estado são numeradas pelo valor crescente do símbolo γ_i a que estão associadas.

O número de cada estado, $S^{(n)}$, é atribuído de forma sequencial, no sentido crescente dos ângulos sendo o primeiro estado do primeiro quadrante o estado S_1 .

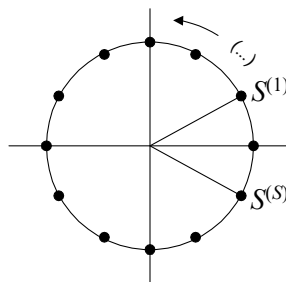


Figura 4.1: Numeração dos estados S_i .

A notação que se irá usar para as transições é τ_b , sendo que

$$\tau_b = e^{j\theta(t, \gamma_m)} = e^{2\pi\gamma_m \cdot h \cdot q(t)}, \quad b=1, 2, \dots, \Xi \quad (4.3)$$

onde $m = b - (M \times (S^{(n)} - 1))$. Esta relação poderá ser melhor compreendida na Secção 4.5.1, sendo basicamente uma contagem módulo M . A notação vectorial τ_b reflecte o carácter discreto dos sinais,

tal como será detalhado em 4.3.

A Figura 4.2 apresenta uma treliça geral de CPM legendada de forma a observar as definições realizadas para os estados e transições.

Em suma, existem S estados, saindo de cada um M transições. O número de ramos a chegar a cada estado é também igual a M . No total, existem Ξ ramos ou transições.

A detecção de um sinal CPM é uma instância do problema geral de detecção de sequências. Lembre-se que a existência de memória implica que apenas algumas sequências de transições sejam possíveis. É essa pré-definição que permite um ganho de desempenho uma vez que um algoritmo MLSD (*maximum likelihood sequence detection*) poderá eliminar sequências erróneas, decidindo pelas mais próximas no sentido da DE definida em geral na Secção 2.2.1 e, para a o caso particular da CPM, na Secção 3.1.4.

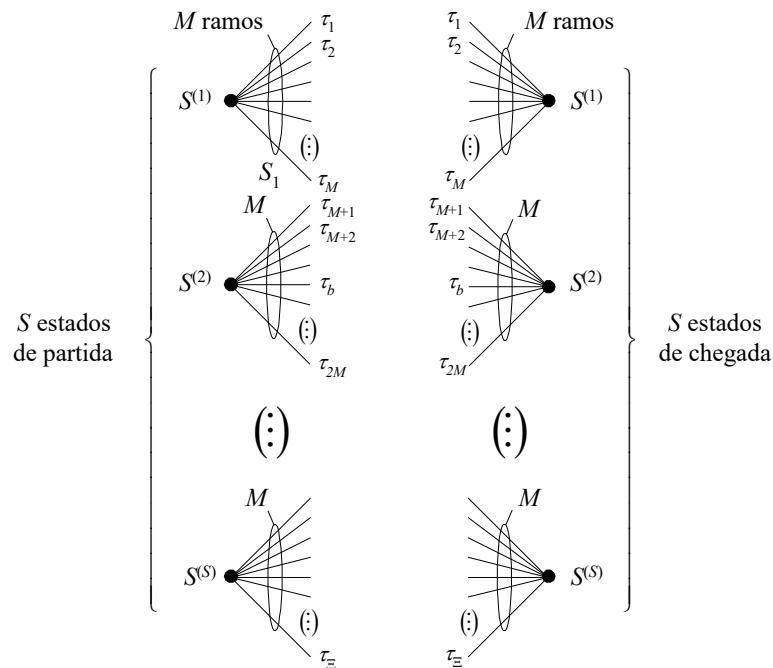


Figura 4.2: Definições a usar na abordagem às treliças CPM.

4.2 – Detecção óptima de CPM

A detecção de sequências é formalizada no Anexo D no âmbito da Teoria da Detecção [Tree68]. O receptor óptimo é obtido usando os princípios de detecção por máxima verosimilhança (ML – *maximum likelihood*). Em condições de fontes de entropia máxima, ou seja, com símbolos equiprováveis, o critério ML é igual ao critério de máximo a posteriori (MAP – *maximum a*

posteriori) -ver e.g. [Tree68-Sec.2.4.1]. Este ponto é abordado em mais pormenor no Anexo C.

Um possível método de detecção é a *detecção símbolo a símbolo* [Proa01-Sec.5.1.5 e Sec. 5.3.3]. Esse tipo de detecção consiste em efectuar correlações da sequência formada pelo bit a detectar mais n bits vizinhos com todas as M^{n+1} sequências possíveis, sendo escolhida a sequência de correlação mais elevada. No final de cada símbolo faz-se a sua decisão através das M^n correlações. Este tipo de detecção foi alvo de investigação só muito recentemente [BaFi00, BaFK98].

Um outro método é a *detecção sequencial* [BeBC87-Sec.9.3.3, BHMN81-Sec.12.8, Skla88-Sec.6.5.1], usada no âmbito da descodificação de códigos de canal convolucionais de memória elevada. O algoritmo baseia-se na procura da sequência na *árvore de estados*; quando um caminho seleccionado dentro da árvore ultrapassa um limiar definido para a métrica de erro, o caminho é rejeitado, iniciando-se uma nova procura a partir de um nó anterior. Este método não é usual nos sistemas de comunicação em tempo real devido ao atraso de detecção que acarreta.

O algoritmo de Baum [DePH93-pp.699-704, Marq99-pp.228-232] é uma outra solução. Este algoritmo encontra aplicação preferencial na descodificação dos turbo-códigos [HeWi99, Skla97c].

Devido à simplicidade da MSK (que permitiu a sua ampla divulgação) existem várias técnicas desenvolvidas para esse caso particular. Em [Baie90] foi apresentada em uma técnica muito inovadora de linearização da MSK. Consiste na introdução duma natureza diferencial nos símbolos de canal γ , que permite depois que o processo de detecção seja muito semelhante ao aplicado na transmissão PAM (*pulse amplitude modulation*) binária.

Para a descodificação duma concatenação em série de dois códigos separados por um entrelaçador e com MSK, foi recentemente proposto um processo de descodificação iterativa [SzPa99].

Sendo a CPM descritível por uma treliça, seria conveniente que o processo de decisão conhecesse o estado terminal de uma sequência, tal como se faz na codificação convolucional. Porém, a terminação de treliças em CPM não possui uma solução tão simples como no caso dos sistemas de codificação convolucional em que é fácil conduzir o codificador ao estado “0” adicionando uma “cauda” de K zeros no final da sequência transmitida. Em CPM, a adição de $L-1$ zeros não conduz ao estado de fase nula. A cauda que conduz a um estado pré-determinado da treliça foi determinada recentemente por Aulin *et al.* [MoAu00].

4.2.1 – O receptor MLSD

As noções de espaço de sinais vistas em 2.2 são aplicáveis no problema de procura da sequência mais verosímil. Na verdade, o problema é análogo ao da procura da sequência mais próxima quando estas são vistas como afixos num espaço vectorial. Em [Proa01-Sec.5.1.4] é estabelecida a relação

directa entre a métrica ML e a noção de distância euclidiana. A demonstração de que a métrica óptima em CPM é proporcional à DEQMN, d_{\min}^2 , encontra-se em [Proa01-Sec.5.3.2, AnAS86-Cap.7] e, para o caso geral de detecção digital, a demonstração encontra-se em [ViOm79-p.56]. Considera-se sempre o caso da métrica óptima para a detecção de um sinal corrompido por AWGN com DEP bilateral de $N_0/2$, sendo no intervalo i dada por

$$\Lambda_i(b) = \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \int_{iT_s}^{(i+1)T_s} [y(t, \gamma) - s(t, \gamma_b)]^2 dt \right\}, \quad b=1, 2, \dots, \Xi. \quad (4.4)$$

Notando que a dependência de $\Lambda_i(b)$ na variável a detectar se concentra no integral, a métrica pode ser substituída por

$$d_i^2(b) = \int_{iT_s}^{(i+1)T_s} [y(t, \gamma) - s(t, \gamma_b)]^2 dt, \quad b=1, 2, \dots, \Xi. \quad (4.5)$$

alterando-se o problema inicial de uma maximização da métrica para uma busca de uma minimização desta nova função de verosimilhança, isto é, da DEQMN.

Após a obtenção das distâncias incrementais das transições, o processo de detecção óptimo é realizado por um detector de sequências com um critério ML (MLSD), sendo aplicável o algoritmo de Viterbi² (AV) [Haye02, Forn73, Marq99-pp.232-234], descrito no Anexo E. O receptor óptimo possui uma complexidade que cresce de forma exponencial³ com o número de estados da cadeia de Markov mas de forma linear com o número de estados (ver Anexos D.1 e E).

Os receptores MLSD mais estudados são projectados para serem óptimos no âmbito da detecção de um sinal, $y(t)$, corrompido por AWGN:

$$y(t, \gamma) = s(t, \gamma) + n(t). \quad (4.6)$$

Doravante o sinal y referir-se-á, com abuso da notação, à fase do sinal recepcionado. Desta forma mantém-se a notação mais usual no contexto da detecção digital. y_i representará o sinal $y(t)$ nos intervalos de tempo $[iT_s, (i+1)T_s]$ sendo pois $y_i(t) = y(t, \gamma_i)$. Assim, todas as expressões de cálculo e métricas referem-se sempre a operações com os sinais equivalente passa baixo (Anexo F) quer do sinal recebido, $y(t)$, quer das transições, $\tau_b(t)$.

As transições $\tau_b(t)$, para $b=1, 2, \dots, \Xi$, estão associadas às métricas:

² Foi demonstrado por Omura que o algoritmo realiza uma decodificação MAP que é óptima [Omur69].

³ Sobre a complexidade polinomial e exponencial de algoritmos, cf. o texto de Pedro Resende em [Cara98].

$$\Lambda_i(b) = d_{\min}^2(y(t, \gamma_i), \tau_b(t)) \quad (4.7)$$

definindo a partir de agora as métricas como sendo as DEQMN.

Recorrendo às noções de espaços de sinais resumidas na Secção 2.2, essa DE calcula-se através de

$$\begin{aligned} \Lambda_i(b) &= d_{\min}^2(y_i, \tau_b) = \min_b \left\{ \|y(t, \gamma_i), \tau_b(t)\|^2 \right\} = \\ &= \min_b \left\{ \|y(t, \gamma_i)\|^2 + \|\tau_b(t)\|^2 - 2\langle y(t, \gamma_i), \tau_b(t) \rangle \right\} = \\ &= \min_b \left\{ E_{y,i} + E_{\tau,b} - 2\langle y(t, \gamma_i), \tau_b(t) \rangle \right\}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Recorde-se que o índice i referêcia o i -ésimo intervalo de símbolo, ou seja, está associado à transição provocada pelo símbolo de canal γ_i . O índice b está associado às várias possíveis transições τ_b . $E_{y,i}$ é a energia do símbolo recebido sendo portanto independente das Ξ transições possíveis. Por outro lado, a energia dos sinais das transições possíveis, $E_{\tau,b}$, é sempre igual, sendo $E_{\tau,b} = E_s$ para $b=1, 2, \dots, \Xi$. É precisamente esse facto que permite escrever (3.1) com a E_s em evidência. Desta forma o cálculo das métricas (4.7) é equivalente à maximização do produto interno

$$\Lambda_i(b) = \langle y(t, \gamma_i), \tau_b(t) \rangle \quad (4.9)$$

O algoritmo MLSD deve pois propagar as métricas de maior valor.

Após os primeiros trabalhos que se debruçaram sobre a CPM em si, a investigação seguinte foi sobre a estrutura óptima de recepção para sinais com AWGN [Sund86, AnAS86-Cap.7]. Essa estrutura é representada na Figura 4.3. As métricas são obtidas por um conjunto de Ξ filtros adaptados. Na prática terão de existir 2Ξ filtros pois tem de ocorrer uma análise independente nos ramos em fase (I) e em quadratura (Q).

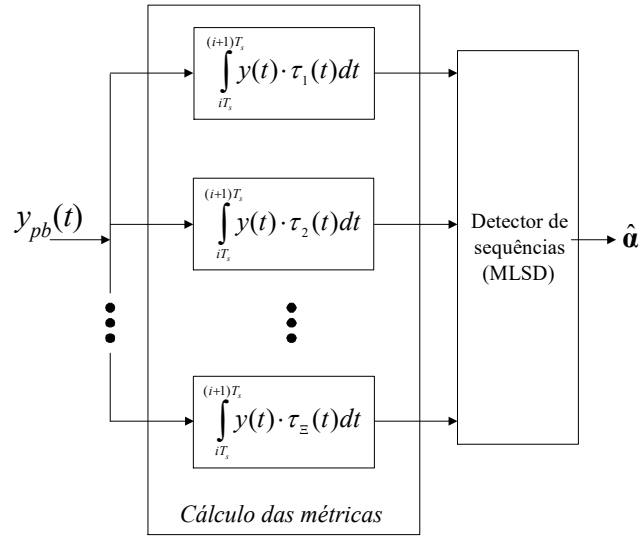


Figura 4.3: Estrutura do receptor ótimo para CPM.

O conjunto de filtros adaptados é, na prática, implementado através de correladores, tirando partido da equivalência entre filtros adaptados e correladores, explicitada na Figura 4.4 [ZiTr95]. Na figura, t_0 é o atraso adicionado à resposta impulsional do filtro adaptado ao impulso suporte $r_p(t)$. Esse atraso existe para assegurar que o filtro seja realizável (i.e., causal: $h_R(t)=0$ para $t<0$).

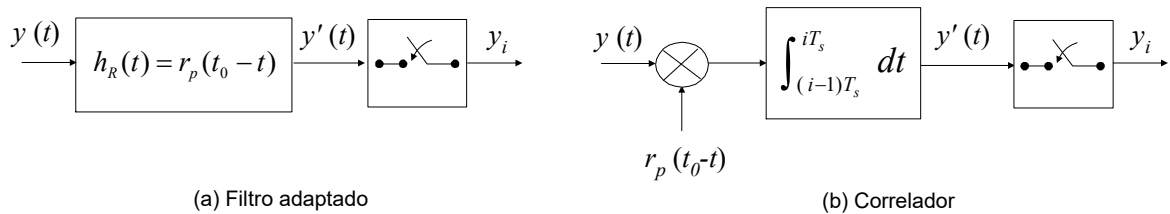


Figura 4.4: Filtro adaptado e seu correlador equivalente.

O número necessário de correladores é quase sempre insuportável para uma implementação destes receptores. Uma solução para reduzir o *hardware* é o uso iterativo de um só correlador. Tal solução implica a memorização do sinal recebido $y(t)$ e requer um ritmo de integração Ξ vezes mais rápido. Desta forma as Ξ métricas não são calculadas em paralelo mas de forma sequencial, aplicando Ξ vezes uma célula de computação de métricas (MCC – *metric computation cell*) adaptada sucessivamente a cada uma das transições τ_b (Figura 4.5). Este processo terá de ser realizado durante cada intervalo de símbolo T_s para todas as transições em fase, $\tau_{1,b} \in \{\tau_{1,1}, \tau_{1,2}, \dots, \tau_{1,\Xi}\}$, e todas as transições em quadratura, $\tau_{Q,b} \in \{\tau_{Q,1}, \tau_{Q,2}, \dots, \tau_{Q,\Xi}\}$, de forma a gerar um conjunto de métricas iguais às que se obteriam no banco de correladores paralelos da Figura 4.3. Os multiplicadores e os filtros passa-baixo (FPB) em cada um dos ramos levam a cabo a tradicional conversão para a banda de base.

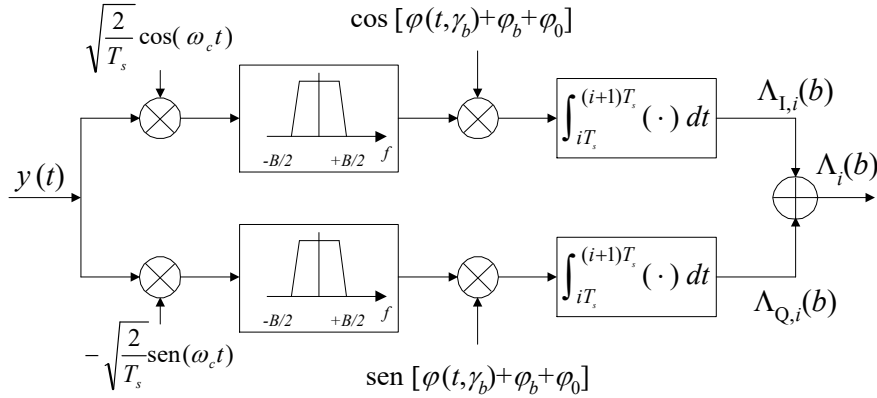


Figura 4.5: Célula de cálculo de métricas (MCC) para AWGN.

Cada transição τ_b considerada possui uma fase inicial φ_b , existindo tantas diferentes quanto o número de estados de fase, e estando cada uma associada a M transições (cf. Figuras 4.1 e 4.2)

As relações entre as *métricas parciais* dos ramos em fase e quadratura, $\Lambda_{I,i}(b) = d_{I,i}^2(b)$ e $\Lambda_{Q,i}(b) = d_{Q,i}^2(b)$, são métricas para os sinais das transição dos ramos, respectivamente τ_I e τ_Q , mas não identificam de *per se* uma transição τ_i . Existe uma ambiguidade que só é desfeita com a informação da outra métrica. A métrica incremental total, $\Lambda_i(b) = d_i^2(b)$, é obtida pela adição das duas métricas incrementais parciais, como se mostra em seguida:

$$\begin{aligned} \Lambda_i(b) &= \int_{T_s} y_i(t) \exp[j\varphi(t, \gamma_b)] dt = d_{I,b}^2 + d_{Q,b}^2 = \\ &= \Lambda_{I,i}(b) + \Lambda_{Q,i}(b) = \int_{T_s} y_{I,i}(t) \tau_{I,b}(t) dt + \int_{T_s} y_{Q,i}(t) \tau_{Q,b}(t) dt . \end{aligned} \quad (4.10)$$

Explicitando as expressões anteriores, as métricas parciais associadas a cada um dos ramos são

$$\Lambda_{I,i}(b) = \int_{iT_s}^{(i+1)T_s} y(t) \cdot \cos[2\pi \cdot h \cdot \gamma_b \cdot q(t)] dt \quad (4.11a)$$

$$\Lambda_{Q,i}(b) = \int_{iT_s}^{(i+1)T_s} y(t) \cdot \text{sen}[2\pi \cdot h \cdot \gamma_b \cdot q(t)] dt \quad (4.11b)$$

Uma detecção símbolo a símbolo baseada num critério de máxima verosimilhança será a escolha do símbolo $\hat{\gamma}_i$ associado à maior métrica em cada intervalo, isto é:

$$\hat{\gamma}_i \leftrightarrow \Lambda_i(b) = \max_b [\Lambda_i(b)] \quad , \quad b=1, 2, \dots, \Xi. \quad (4.12)$$

Pode dizer-se que este critério será uma detecção símbolo a símbolo de “ordem zero”.

4.3 – O receptor proposto

O objectivo que se pretende alcançar com esta investigação é a redução da complexidade do receptor de CPM. Essa deve ser conseguida para um receptor geral, independentemente do esquema CPM aplicado. Como se viu na Secção 4.2.1, o receptor óptimo MLSD é composto por dois blocos. O receptor proposto é constituído por três blocos e implementa simplificações em cada um deles. O receptor será estudado em tempo discreto e, por esse motivo, a notação será desde já adaptada a esse caso.

Partindo do receptor óptimo (Figura 4.3), começa-se por se fazer a partição das funções do banco de filtros em dois blocos distintos: um de *hardware*, muito reduzido, e um de processamento numérico.

O primeiro bloco, que será descrito em 4.4, é responsável pela obtenção dos coeficientes do vector de projecção num espaço de dimensão inferior.

O segundo bloco efectua o cálculo das métricas dentro desse espaço, implementando para certos esquemas CPM um algoritmo de cópia de métricas que reduz muitíssimo a complexidade da obtenção de todas as métricas. Este bloco será abordado em 4.5

A separação descrita entre os primeiros dois blocos é na verdade funcional e não física uma vez que parte do cálculo dos coeficientes de projecção é realizado também por *software* e por isso integrável no bloco de cálculo das métricas.

O terceiro bloco também será alvo de uma redução de complexidade. Propõe-se a substituição do AV por um algoritmo RSSD (*reduced states sequence detection*), ou seja que reduz o número de estados que se propagam. Aplica-se o *search algorithm*, que será exposto na Secção 4.6, numa versão simplificada.

Tal como no receptor óptimo, existem três tipo de sincronismo a assegurar: *fase*, *símbolo* e do *índice h*. O problema do sincronismo será abordado de forma sucinta na Secção 4.8.

Na Figura 4.6 mostram-se os blocos funcionais do receptor a estudar, após a obtenção do sinal passa-baixo, y_{pb} , não esquecendo as conexões com os três níveis de sincronismo dum receptor CPM multi- h (por ser o caso geral).

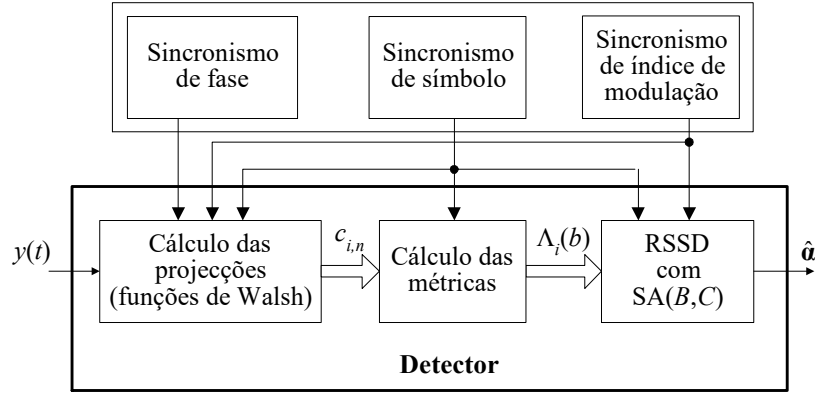


Figura 4.6: Receptor sub-ótimo de CPM proposto.

$c_{i,n}$ são os coeficientes de projecção da transição recebida num espaço de Walsh (a definir em 4.4).

Dado o contexto actual do florescimento dos receptores suportado em DSP, o receptor é projectado para operar em tempo discreto desde a conversão para a banda de base. O sinal das transições em tempo contínuo é amostrado com um período de amostragem T_a . Durante cada intervalo de símbolo, T_s , efectua-se K_s amostras, tendo-se então a relação:

$$T_a = \frac{T_s}{K_s}. \quad (4.13)$$

Sem a aplicação das aproximação no espaço de Walsh, e usando o AV, o receptor efectua a detecção óptima do sinal discreto $y[k] = y(kT_a)$. O número de amostras por símbolo é o factor que, nesse caso, determina a aproximação ao receptor óptimo em tempo contínuo.

Os sinais do equivalente passa-baixo (EPB) em tempo discreto das transições formam as linha da matriz \mathbf{T} , i.e,

$$\mathbf{T} = [\boldsymbol{\tau}_1[k], \boldsymbol{\tau}_2[k], \dots, \boldsymbol{\tau}_\Xi[k]]^T \Leftrightarrow \mathbf{T}(b, k) = \boldsymbol{\tau}_b[k], \quad k=1, 2, \dots, K_s \quad (4.14)$$

sendo as transições armazenadas na forma de uma fase (pois a amplitude é constante):

$$\boldsymbol{\tau}_b[k] = 2\pi h \cdot \gamma_m \cdot q[k], \quad k=1, 2, \dots, K_s. \quad (4.15)$$

O valor de m foi definido em (4.3).

Em banda de base o receptor gera os seguintes sinais:

$$\boldsymbol{\tau}_{I,b} = \cos(\boldsymbol{\tau}_b) \quad (4.16a)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{Q,b} = \text{sen}(\boldsymbol{\tau}_b). \quad (4.16b)$$

Estes vectores constituem a matriz \mathbf{T}_1 e \mathbf{T}_Q , ambas de dimensões $\Xi \times K_s$. Mostrar-se-á que apenas são necessárias as transições do EPB em fase $\tau_{1,b}$, e, mais que isso, apenas para $b=1, 2, \dots, q/2 \cdot M = \Xi/4$, ou seja, apenas as primeiras $\Xi/4$ linhas de \mathbf{T}_1 .

4.4 – Projecções e métricas

O espaço de sinais de dimensão finita que irá aproximar o “espaço CPM original” (de dimensão infinita) deverá ser um espaço de Hilbert, tal como definido em 2.2. A existência de um produto interno, e logo de uma norma induzida, permite a obtenção e a operação com distâncias entre sinais, que neste caso serão as transições $\tau_{1,b}$ e $\tau_{Q,b}$. O facto de ser um espaço completo garante que a extensão das suas dimensões implica sempre uma melhor aproximação ao espaço original. O espaço de Hilbert escolhido foi o espaço de Walsh (EW) devido à natureza binária das funções que o geram. Estas são de fácil geração, manipulação (as operações podem reduzir-se a somas) e memorização (exacta) em circuitos digitais. Estas propriedades permitem não divergir do objectivo de se ter um receptor totalmente digital e configurável por *software*.

Como se disse, o banco de correladores é substituído por um esquema de projecção em funções de Walsh, descritas no Anexo G e exemplificadas adiante na Figura 4.7. Existem $F=2^k$ funções de ordem $k \in \mathbb{Z}^+$ referidas como $w_{F,i}(t)$; $n=1, 2, 3, \dots, F=2^k$; cada uma possuindo $F=2^k$ símbolos, sendo eles $w_{F,i}[j]$, $j=0, 1, \dots, F=2^k$, com $k \in \mathbb{Z}^+$. Estas F funções de base geram um EW de dimensão F . As funções são da forma

$$w_{F,n}(t) = \sum_{k=0}^{F-1} w_{F,n}[k] \cdot \text{rect} \left[\frac{t - (T_s / (2F)) - k(T_s / F)}{T_s / F} \right],$$

$$n=0, 1, \dots, F-1=2^u-1, \quad u \in \mathbb{Z}^+ \quad (4.17)$$

onde $\text{rect}(t)=1$ para $<|t|<1/2$ e zero fora desse intervalo (como já definido na Secção 2.2.3 e na Tabela 3.1). Os símbolos $w_{F,n}[j] \in \{-1, +1\}$ e são especificados por um processo recursivo que constrói *matrizes de Walsh-Hadamard* (Anexo G). Na Figura 4.7 encontram-se representadas as funções de ordem $k=4$, i.e., $w_{16,j}$.

Para que o espaço de Walsh gerado seja ortonormado é necessário normalizar a energia das funções de Walsh. Como $\int_0^{T_s} (w_{F,n})^2 dt = T_s$, a base ortonormada é composta pelas funções

$$\tilde{w}_{F,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{T_s}} w_{F,n}(t) \quad (4.18)$$

Se o factor 1/2 associado à conversão para a banda de base for considerado, o factor multiplicativo de (4.18) será $\sqrt{2/T_s}$.

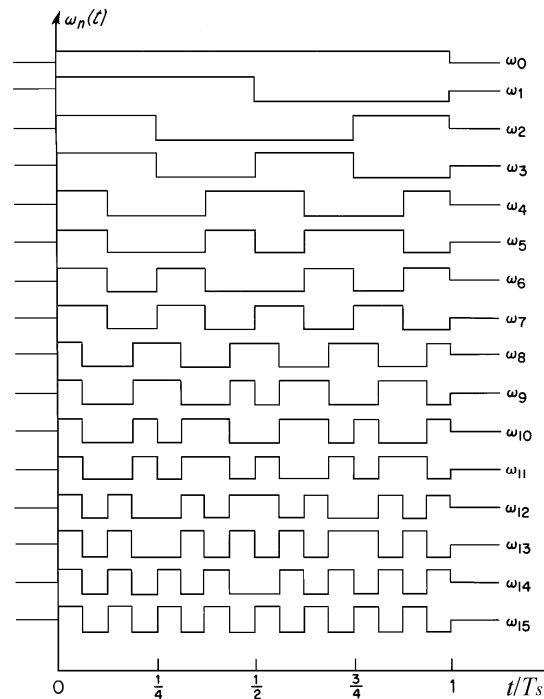


Figura 4.7: Representação temporal das 16 ($k=4$) funções de Walsh do conjunto $w_{16,i}$.

As funções de Walsh constituem uma base ortogonal tal como se demonstra no Anexo G de forma geral, independentemente da forma dos impulsos suporte que geram as funções a partir das linhas duma *matriz de Hadamard*, sendo estas matrizes também descritas no anexo referido.

O problema de aproximar um sinal por um outro pertencente a um espaço de menor dimensões é resolúvel fazendo uma análise de projecções. É esse procedimento que, na sua forma geral, é apresentado na secção seguinte. O conceito aplicado ao caso concreto dum EW é ilustrado na Figura 4.8, embora limitado às três primeiras dimensões do caso $F=4$.

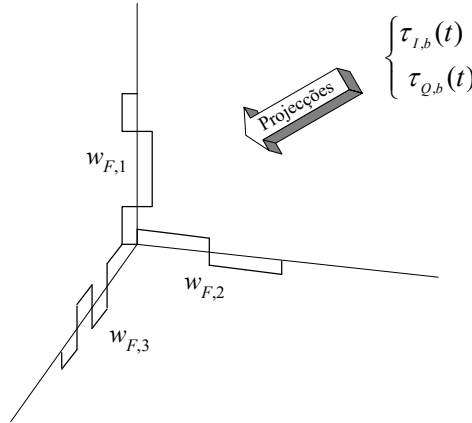


Figura 4.8: Conceito de projecção no espaço de Walsh.

4.4.1 – Projecções: caso geral

Sendo Σ um espaço vectorial m dimensional que possua a base não ortonormada definida pelos vectores linearmente independentes $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_m\}$, o problema de encontrar o vector $\mathbf{y}_w \in \Sigma$ mais próximo de \mathbf{y} em termos da DE tem como solução a projecção de \mathbf{y} em Σ . Assim, o vector $\mathbf{y} - \mathbf{y}_w$ deve ser ortogonal a Σ , e logo a todos os elementos da sua base, i.e., $\langle \mathbf{y} - \mathbf{y}_w, \mathbf{u}_k \rangle = 0, k=1, 2, \dots, m$, ou

$$\langle \mathbf{y}_w, \mathbf{u}_k \rangle = \langle \mathbf{y}, \mathbf{u}_k \rangle, k=1, 2, \dots, m. \quad (4.19)$$

Esta relação mostra que os produtos internos de \mathbf{y} ou de \mathbf{y}_w com cada \mathbf{u}_k são indistintos uma vez que, numa linguagem imprecisa, “ \mathbf{y}_w representa toda a componente de \mathbf{y} existente em Σ ” (i.e, $\mathbf{y} - \mathbf{y}_w \perp \Sigma$). Qualquer vector de Σ , \mathbf{y}_w pode ser escrito na forma

$$\mathbf{y}_w = \sum_{n=1}^m c_n \mathbf{u}_n \quad (4.20)$$

em que c_n são os coeficientes de projecção em cada vector da base que, usando (4.20), serão dados por

$$c_i = \langle \sum_{n=1}^m c_n \mathbf{u}_n, \mathbf{u}_k \rangle = \sum_{n=1}^m c_n \langle \mathbf{u}_n, \mathbf{u}_k \rangle = \langle \mathbf{y}, \mathbf{u}_k \rangle, k=1, 2, \dots, m. \quad (4.21)$$

A equação anterior pode ser expandida para a seguinte equação matricial:

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \langle \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_1 \rangle & \langle \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_1 \rangle & \dots & \langle \mathbf{u}_m, \mathbf{u}_1 \rangle \\ \langle \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2 \rangle & \langle \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_2 \rangle & \dots & \langle \mathbf{u}_m, \mathbf{u}_2 \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_m \rangle & \langle \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_m \rangle & \dots & \langle \mathbf{u}_m, \mathbf{u}_m \rangle \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \mathbf{y}, \mathbf{u}_1 \rangle \\ \langle \mathbf{y}, \mathbf{u}_2 \rangle \\ \vdots \\ \langle \mathbf{y}, \mathbf{u}_m \rangle \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

ou, de forma mais compacta, e abusando da notação,

$$\mathbf{U} \cdot \mathbf{c} = \mathbf{Y} \quad (4.23a)$$

$$\mathbf{c} = \mathbf{U}^{-1} \cdot \mathbf{Y}. \quad (4.23b)$$

Note-se que no caso da base de Σ ser ortonormada tem-se $\mathbf{U} = \mathbf{I}_m$, onde \mathbf{I}_m é a matriz identidade $m \times m$, pois $\langle \mathbf{u}_i, \mathbf{u}_k \rangle = \delta_{ik}$, usando o símbolo de Kronecker. Nesse caso as equações (4.21)-(4.23) têm a solução conhecida

$$c_n = \langle \mathbf{y}, \mathbf{u}_k \rangle, \quad n = k = 1, 2, \dots, m. \quad (4.24)$$

4.4.2 – Métricas no espaço de Walsh

Inicialmente o sinal recebido $y(t, \gamma_i)$ terá de ser desmodulado, acedendo-se assim às transições $\tau_{i,b}$ e $\tau_{Q,b}$ do EPB. No fim de cada intervalo de símbolo a transição recebida τ_i deve ser projectada no EW. Uma vez que as transições possíveis $\tau_b(t)$ são invariantes para cada esquema CPM, essas projecções podem estar previamente armazenadas.

O cálculo das métricas é realizado apenas recorrendo às versões projectadas no EW. Sendo Σ o espaço de funções de Walsh, $w_i(t)$ tem-se então a projecção de \mathbf{y} em Σ

$$\mathbf{y}_w \approx \sum_{n=1}^F c_n \mathbf{w}_n \quad (4.25)$$

onde \mathbf{w}_n são os vectores associados às funções de Walsh, conforme o Anexo G.1. Os coeficientes são determinados através de $c_n = \langle \mathbf{y}, \mathbf{u}_k \rangle$, com se viu em na Secção 4.4.1.

A fdp *a posteriori* que estabelece o problema de detecção MAP (ver Anexos C e D) é

$$p(\mathbf{y} | \gamma) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \right)^N \exp \left\{ - \sum_{n=1}^F \frac{1}{2\sigma^2} \left[\int_{iT_s}^{(i+1)T_s} y(t) \cdot w_{F,n}(t) dt - \int_{iT_s}^{(i+1)T_s} s(t, \gamma) \cdot w_{F,n}(t) dt \right]^2 \right\} \quad (4.26)$$

Tal como no espaço de sinais CPM inicial (tratado na Secção 4.2.1), mostra-se que o critério de máxima verosimilhança deve ser aplicado com as métricas

$$\Lambda_i(b) = \left[\sum_{n=1}^F \int_{iT_s}^{(i+1)T_s} y(t) \cdot w_{F,n}(t) dt - \int_{iT_s}^{(i+1)T_s} s(t, \gamma_b) \cdot w_{F,n}(t) dt \right]^2, \quad b = 1, 2, \dots, \Xi. \quad (4.27)$$

Lembre-se que ao considerar-se (4.25) está-se a desprezar a componente ortogonal $\mathbf{y} - \mathbf{y}_w$, ou seja o vector que mede o erro cometido. Em termos dos sinais no EW tem-se

$$y(t, \gamma_i) \approx y_w(t, \gamma_i) = \frac{1}{\sqrt{T_s}} \sum_{n=0}^{F-1} c_n \cdot w_{F,n}(t - iT_s) \quad (4.28)$$

onde o coeficiente de projecção é

$$c_n = \frac{1}{\sqrt{T_s}} \langle y(t, \gamma_i), w_{F,n}(t - iT_s) \rangle \quad (4.29a)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{T_s}} \int_{iT_s}^{(i+1)T_s} y(t, \gamma_i) \cdot w_{F,n}(t - iT_s) dt. \quad (4.29b)$$

As métricas no EW são

$$\Lambda_i(b) = \frac{1}{\sqrt{T_s}} \sum_{n=1}^{\Xi} |c_{i,n} - c_{b,n}|^2, \quad b=1, 2, \dots, \Xi. \quad (4.30)$$

ou seja, são a DE efectuada dentro do espaço de projecção de dimensão F , isto é: $d_{i,b}^2$. Os valores $c_{i,n}$ são os coeficientes de projecção da transição transmitida no intervalo i e $c_{b,n}$ são os coeficientes de projecção da b -ésima transição pertencente ao conjunto das Ξ possíveis. Como se viu na Secção 4.2.1, esta métrica pode ser substituída por uma outra que difere apenas de um termo aditivo e dum factor de escala, sendo estes iguais em todas as métricas no intervalo i . A métrica será o produto interno, que, usando os coeficientes de projecção no EW, se resume a

$$\Lambda_i(b) = \frac{1}{\sqrt{T_s}} \sum_{n=1}^{\Xi} c_{i,n} c_{b,n}, \quad b=1, 2, \dots, \Xi. \quad (4.31)$$

4.4.3 – Simplificações no espaço de Walsh

O cálculo das projecções no EW, isto é dos coeficientes $c_{i,n}$, pode ser alvo de uma simplificação uma vez que as funções de Walsh são constituídas por troços constantes. Lembre-se que $w_{F,n}[j] \in \{-1, +1\}$, $j=1, 2, \dots, F$. O valor dado por (4.27) pode ser obtido através de

$$c_{i,n} = \frac{1}{\sqrt{T_s}} \sum_{j=0}^{F-1} w_{F,n}[j] \cdot \int_{(i+j/F)T_s}^{(i+(j+1)/F)T_s} y(t, \gamma_i) dt. \quad (4.32)$$

Recorda-se que a constante $1/\sqrt{T_s}$ se deve à normalização da energia das funções de Walsh. Este factor e todas as outras constantes multiplicativas ou aditivas que afectam o cálculo das métricas podem ser ignorados, uma vez que nunca afectam a comparação das mesmas.

A expressão (4.32) é o cerne da minimização de *hardware* que o procedimento usado permite alcançar. A implementação desta expressão requer apenas os componentes mostrados na Figura 4.9.

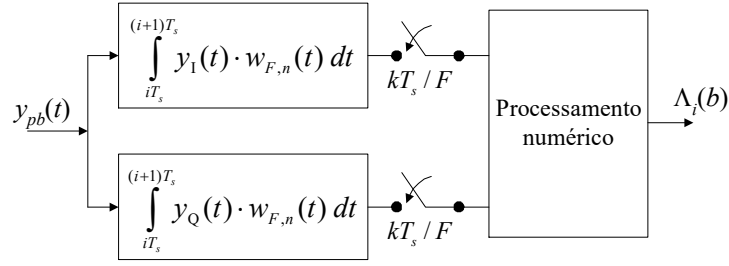


Figura 4.9: Esquema para obtenção de métricas no espaço de Walsh.

A simplificação pode mesmo ir mais além: os integradores não têm de ser descarregados no final de cada integração j . Eles podem funcionar em modo cumulativo durante todo o intervalo de símbolo T_s , uma vez que é possível obter os valores parciais da integração subtraindo o valor da amostra anterior, isto é, fazendo

$$c_{i,n} = \frac{1}{\sqrt{T_s}} \sum_{j=1}^F w_{F,n}[j] \left[\left(\int_{iT_s}^t y(t, \gamma_i) dt \right) \Big|_{t=j\frac{T_s}{F}} - \left(\int_{iT_s}^t y(t, \gamma_i) dt \right) \Big|_{t=(j-1)\frac{T_s}{F}} \right], \quad iT_s < t < (i+1)T_s \quad (4.33)$$

tendo iniciado o integral impróprio a zero.

O processamento que surge na Figura 4.9 é uma particularização do caso geral exposto na Secção 4.2.1. O *hardware* requerido deve ser comparado com as Figuras 4.3, 4.4 e 4.5. Lembre-se que a parte da conversão para a banda de base é igual, tendo sido omitida na Figura 4.9, uma vez que se representam as operações no sinal EPB $y_{pb}(t)$. A redução de *hardware* não parece óbvia quando comparado com a MCC (Figura 4.5). Mas convém recordar que a MCC é utilizada de forma sequencial, Ξ vezes para cada transição recepcionada, τ_i . Para cada uma delas é necessário ajustar a transição de comparação τ_b . O *hardware* proposto é independente dos esquemas CPM que se pretendam detectar, sendo as adaptações sempre feitas ao nível do bloco de processamento numérico.

4.4.4 – Estrutura algébrica

Após o i -ésimo intervalo de símbolo é necessário obter o vector das distâncias quadráticas incrementais (ver Secção 3.1.4) associadas a cada uma das transições $d_{i,b}^2 = d_i^2(b)$. Esse vector é

$$\Lambda_i = [d_i^2(1) \quad d_i^2(2) \quad \dots \quad d_i^2(b) \quad d_i^2(b+1) \quad \dots \quad d_i^2(\Xi)]^T. \quad (4.34)$$

A i -ésima transição recebida é descrita no EW através do vector das projecções

$$\mathbf{c}_i = [c_{i,1} \quad c_{i,2} \quad \dots \quad c_{i,n} \quad \dots \quad c_{i,F}] \quad , \quad i=1, 2, \dots, N_s. \quad (4.35)$$

Por outro lado, as projecções de cada uma das transições possíveis é previamente armazenada em

vectores semelhantes:

$$\mathbf{c}_b = [c_{b,1} \quad c_{b,2} \quad \cdots \quad c_{b,n} \quad \cdots \quad c_{b,F}] \quad , \quad b=1, 2, \dots, \Xi. \quad (4.36)$$

O conjunto dos Ξ vectores \mathbf{c}_b é armazenado de forma a constituir a matriz \mathbf{C} de dimensões $\Xi \times F$:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1 \\ \mathbf{c}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{c}_b \\ \vdots \\ \mathbf{c}_\Xi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & \cdots & c_{1,n} & \cdots & c_{1,F} \\ c_{2,1} & c_{2,2} & \cdots & c_{2,n} & \cdots & c_{2,F} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{b,1} & c_{b,2} & \cdots & c_{b,n} & \cdots & c_{b,F} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{\Xi,1} & c_{\Xi,2} & \cdots & c_{\Xi,n} & \cdots & c_{\Xi,F} \end{bmatrix}. \quad (4.37)$$

Assim, o vector das distâncias incrementais (métricas) é dado pela operação matricial

$$\mathbf{\Lambda}_i = \begin{bmatrix} d_i^2(1) \\ d_i^2(2) \\ \vdots \\ d_i^2(b) \\ \vdots \\ d_i^2(\Xi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & \cdots & c_{1,n} & \cdots & c_{1,F} \\ c_{2,1} & c_{2,2} & \cdots & c_{2,n} & \cdots & c_{2,F} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{b,1} & c_{b,2} & \cdots & c_{b,n} & \cdots & c_{b,F} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{\Xi,1} & c_{\Xi,2} & \cdots & c_{\Xi,n} & \cdots & c_{\Xi,F} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_{i,1} \\ c_{i,2} \\ \vdots \\ c_{i,n} \\ \vdots \\ c_{i,F} \end{bmatrix} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{c}_i^T \quad (4.38)$$

obtendo-se o vector coluna desejado.

4.5 – Derivação de métricas

4.5.1 – Motivação e condições de validade

Esta secção apresenta um dos pontos de maior contribuição original do trabalho.

Ao analisar-se a modulação de fase contínua é possível notar que:

- i) A transmissão de informação é feita pela distinção de diferentes sinais de evolução de fase, pertencentes a um espaço de Hilbert conhecido;
- ii) O número de estados iniciais e finais é limitado (S);
- iii) O número de transições possíveis é limitado (Ξ);
- iv) A detecção de uma transição τ_b faz-se analisando de forma independente as suas componentes I e Q: $\tau_{b,I}$ e $\tau_{b,Q}$;

v) Os sinais $\tau_{b,1}$ e $\tau_{b,Q}$ são troços de sinusóide, ou seja, sinais periódicos, e que em certos casos, dentro de um só período, exibem uma simetria par ou ímpar nesse intervalo de símbolo.

Estas considerações sugerem que algumas transições são a réplica de outras quando se aplicam combinações de simples operações de *translação* e de *inversão* (e.g. [Simo95-Cap.1]). No entanto estas simetrias não ocorrem para todos os esquemas CPM. O índice de modulação tem de ser tal que os estados de fase se possam distribuir de uma forma simétrica pelos quatro quadrantes. Isso acontece para a classe de esquemas CPM em que o número de estados é múltiplo de 4. É possível formalizar estas relações na conjectura que se apresenta em seguida.

Conjectura: Em esquemas CPM com índice de modulação da forma $h=p/q$ irredutíveis, em que p é ímpar e o número de estados $S=2q=0 \pmod{4}$, ordenando linearmente os S estados $S^{(n_i)}$, com $n_i=1, 2, \dots, S$, segundo a sua fase complexa em múltiplos de $h\pi$ na forma $\{0, \pi p/q, 2\pi p/q, 3\pi p/q, \dots, (2q-1)\pi p/q\}$, os sinais $\tau_{1,b}$ e $\tau_{Q,b}$ associados às $\Xi/4$ transições emergentes dos primeiros $S/4=q/2$ estados ordenados permitem gerar as componentes $\tau_{1,b}$ e $\tau_{Q,b}$ de qualquer uma transições emergentes dos restantes $3/4S=3/2q$ estados. Se os estados ordenados forem agrupados em blocos de $S/4=q/2$ estados ordenados, a partir do primeiro bloco de estados definido, então cada um desses blocos também possui esta propriedade. Dir-se-á que cada bloco de estados constitui um conjunto de *estados ou transições fundamentais*. Qualquer que seja o estado $S^{(1)}$, se a ordenação dos estados for a indicada, a partição da sequência de estados em blocos de $S/4$ estados conduz sempre a partições em que cada bloco pode constituir os estados fundamentais .

A ordenação de estados indicada inclui todos os estados sem repetições. Como $S=0 \pmod{4}$, a distribuição pelos 4 quadrantes é uniforme. Logo, se $h\pi > \pi/2$ e $S > 4$, a distribuição de estados é tal que os primeiros $S/4$ estados distribuem-se uniformemente no espaço $\varphi_i = [0, 2\pi]$. As restantes fases vão sendo sucessivamente preenchidas pelos blocos restantes. As fases do 2º, 3º e 4º blocos seguintes estão em posições que se relacionam com as primeiras $S/4$ conforme as mesmas relações da Figura 4.10. Com $h\pi = \pi/2$ ($S=4$) o que se disse é também válido, havendo um estado em cada quadrante.

A Figura 4.10 representa a distribuição de estados e as relações que existem entre as transições pressupondo que todos os estados fundamentais foram todos reduzidos ao primeiro quadrante. As transições são agrupadas em 4 conjuntos, correspondendo aos quadrantes em que a transição se inicia, sendo estes referenciados por: Q.I, Q.II, Q.III e Q.IV. As transições destes três últimos quadrantes estão sempre relacionadas com uma ou mais transições do primeiro quadrante. Como se consideram esquemas com h racional e numerador p ímpar, tem-se $S=2q$, existindo $q/2$ transições em cada quadrante.

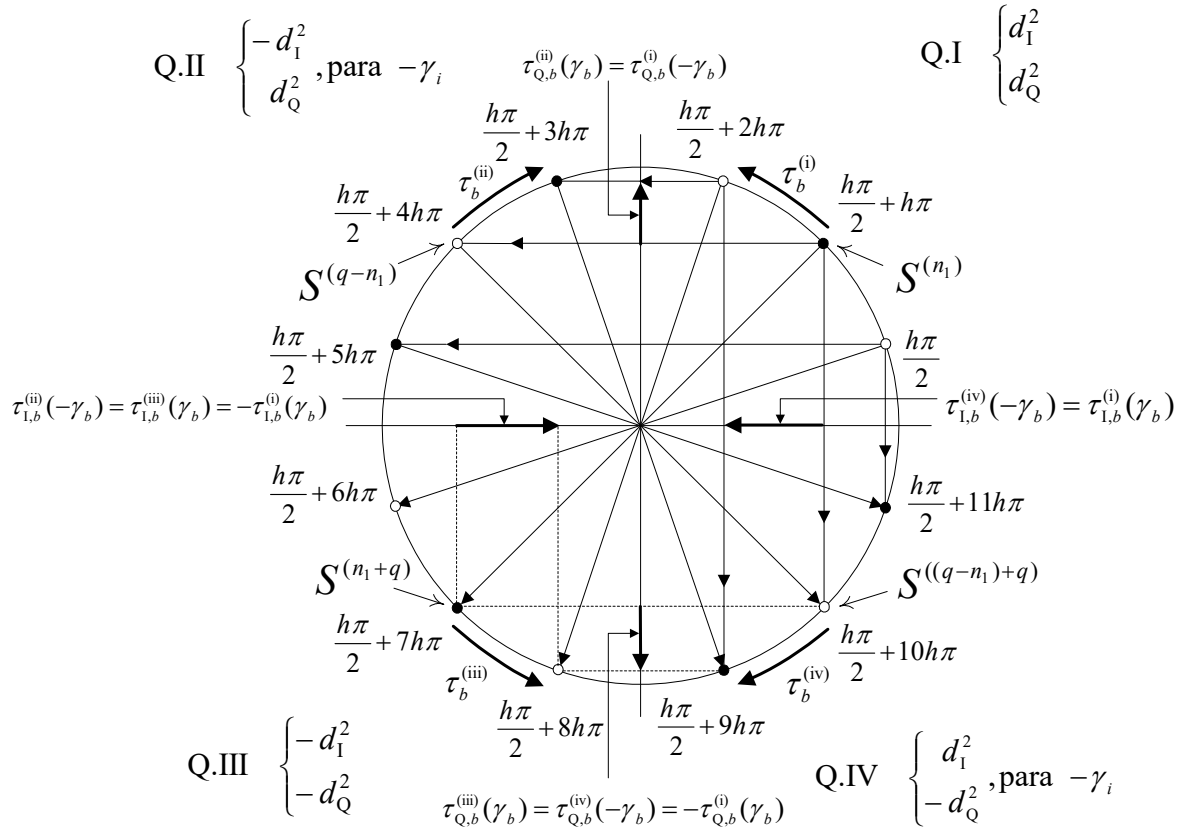


Figura 4.10: Relações entre métricas e processo de derivação a partir das métricas do primeiro quadrante.

Na mesma Figura 4.10 é explicitado um exemplo com uma transição $\tau_b^{(i)}$ pertencente ao primeiro quadrante, isto é que se inicia num estado de Q.I. Representam-se as relações das componentes em fase e quadratura ($\tau_{1,b}^{(i)}$ e $\tau_{Q,b}^{(i)}$) da transição $\tau_b^{(i)}$ com componentes de outras transições específicas nos outros quadrantes: $\tau_b^{(ii)}$ em Q.II, $\tau_b^{(iii)}$ no quadrante diametralmente oposto, Q.III, e $\tau_b^{(iv)}$ em Q.IV. Exemplifica-se na figura que a componente em fase duma transição $\tau_b^{(i)}$ é igual à componentes em fase duma transição $\tau_b^{(iv)}$ e simétrica quer de $\tau_{1,b}^{(iii)}$, que se inicia no quadrante oposto, quer de $\tau_{1,b}^{(ii)}$. Nas componentes Q também se encontram relações deste tipo: as componentes $\tau_{Q,b}^{(i)}$ e $\tau_{Q,b}^{(ii)}$ são iguais, sendo simétricas de $\tau_{Q,b}^{(iii)}$ e $\tau_{Q,b}^{(iv)}$. Esta última simetria entre Q.I e Q.IV implica uma inversão da evolução das transições, ou seja, o símbolo γ_i associados às transições devem ter valores simétricos. Relações deste tipo ocorrem entre outras transições como por exemplo nas componentes $\tau_{Q,b}^{(i)}$ e $\tau_{Q,b}^{(ii)}$.

Para que as relações de simetria existam é preciso que o espaço de estados tenha um dado ajustamento no plano complexo. Assim, devem verificar-se duas condições para que o algoritmo de replicação de métricas que se propõe seja aplicável, embora apenas a primeira seja obrigatória:

- 1- $h=p/q$ deve implicar que número de estados de fase, definido em (3.11), seja $S=0 \pmod{4}$ ($S \geq 4$);

2- A fase de S_1 não deve ser zero. Escolheu fazer-se $\varphi_0=h\pi/2$.

A condição 2 impede que exista um estado em cima dos eixos real ou imaginário, ou seja que se tenha $\text{Re}\{S_i\}$ ou $\text{Im}\{S_i\}=0$, sendo S_i o número complexo que descreve o EPB do estado. Se tal sucedesse, o algoritmo teria de ser modificado de forma a se definir a que quadrante pertenceriam os estados em cima de cada semi-eixo do plano complexo.

4.5.2 – O algoritmo de derivação de métricas

Ordenando os estados da forma indicada na Secção 4.5.1, numeram-se os estados através da variável $n_1=1, 2, \dots, S$. Recorrendo as relações expressas na Figura 4.10, apresentam-se em seguida os procedimentos para obter as Ξ métricas para cada símbolo recepcionado:

- Q.I: calcular as métricas para cada umas das M transições que partem de cada estado do quadrante. Para cada transição $\mathbf{T} [b=n_1+n_2, k] = \tau(\gamma_\tau[n_2])$, sendo $n_2=1, 2, \dots, M$, obter as distâncias parciais dos ramos I e Q:

$$d_{I,b}^2 = \mathbf{y}_i \cdot (\boldsymbol{\tau}_{I,b})^T = \sum_{k=1}^{K_s} y[k - iK_s] \cdot \cos(\tau_b[k]) \quad (4.39a)$$

$$d_{Q,b}^2 = \mathbf{y}_i \cdot (\boldsymbol{\tau}_{Q,b})^T = \sum_{k=1}^{K_s} y[k - iK_s] \cdot \sin(\tau_b[k]). \quad (4.39b)$$

Recorrendo à conhecida relação $\text{sen}(\varphi)=\text{cos}(\varphi - \pi/2)$, é possível notar que a matriz \mathbf{T}_Q , que armazenaria as transições em quadratura, é desnecessária. Isto porque essas transições já existem na matriz \mathbf{T}_I , cada uma localizada respectivamente $q/2 \cdot M$ posições antes, aplicando deslocamentos módulo Ξ . Assim, os valores obtidos por (4.49b) podem ser dados formalmente por

$$\begin{aligned} d_{Q,b}^2 &= \mathbf{y}_i \cdot \left(\boldsymbol{\tau}_{I, b - \frac{q}{2}M \text{ mod}(\Xi/4)} \right)^T = \\ &= \sum_{k=1}^{K_s} y[k - iK_s] \cdot \cos \left(\tau_{b - \frac{q}{2}M \text{ (mod } \Xi/4)} [k] \right). \end{aligned} \quad (4.40)$$

Os procedimentos efectuados até aqui permitiram preencher $\Xi/4$ posições de $\boldsymbol{\Lambda}$, sendo essas posições definidas por:

$$b_1 = n_1 + n_2. \quad (4.41)$$

Os estados $S^{(n_1)}$ estão associados a $n_1=1, 2, \dots, S/4$ e as transições estão associadas a $n_2=1, 2, \dots, M$.

Como se disse, as métricas para as transições dos quadrantes II, III and IV serão obtidas a partir destas $\Xi/4$. O algoritmo deve então prosseguir da seguinte forma:

- Q.II: As métricas associadas a transições que se iniciam no estado $S^{(q-n_1)}$ são copiadas das posições b_I para as posições b_{II} (como definidas em seguida) associada ao símbolo simétrico de γ_τ (dada a inversão de rotação mostrada na Figura 4.10). Esta operação deve observar as seguintes regras:

$$d_{I,b}^2 = -d_{I,b}^2 \quad (4.42a)$$

$$d_{Q,b}^2 = d_{Q,b}^2 \quad (4.42b)$$

$$b_{II} = (q-n_1)M + (M-n_2). \quad (4.43)$$

- Q.III: Para os estados número $S^{(n_1+q)}$, as métricas devem ser copiadas de b_I para as posições b_{III} , observando as seguintes regras:

$$d_{I,b}^2 = -d_{I,b}^2 \quad (4.44a)$$

$$d_{Q,b}^2 = -d_{Q,b}^2 \quad (4.44b)$$

$$b_{III} = b_I + qM = n_1 + n_2 + qM. \quad (4.45)$$

- Q.IV: Para os estados $S^{((q-n_1)+q)}$, as métricas devem ser copiadas de b_I para as posições b_{IV} observando as seguintes regras:

$$d_{I,b}^2 = d_{I,b}^2 \quad (4.46a)$$

$$d_{Q,b}^2 = -d_{Q,b}^2 \quad (4.46b)$$

$$b_{IV} = b_{II} + qM = (q-n_1)M + (M-n_2) + qM. \quad (4.47)$$

Em todos os casos n_2 deve varrer ciclicamente os valores: $n_2=1, 2, \dots, M$.

4.5.3 – Estrutura mínima de dados

Para a classe de esquemas com $S=0 \pmod{4}$, este algoritmo permite reduzir o número de sinais de transições $\tau_{b,I}$ e $\tau_{b,Q}$ armazenados para apenas 1/8 do valor requerido pelo receptor óptimo, e reduzir o número de correlações efectuadas em *hardware*, para apenas 1/8 do valor requerido pelo receptor óptimo.

A contrapartida é apenas a execução de um conjunto de operações de cópia de métricas afectadas

por sinais “±”, dependendo dos quadrantes e dependendo de se tratar de uma métrica $\Lambda_{1,b}$ ou $\Lambda_{Q,b}$.

Na Figura 4.13 representam-se os sinais que devem ser armazenados no caso do esquema $h=1/6$ octonário ($M=8$) usando impulsos 1REC. Segundo (4.2), existem neste caso $\Xi=8 \times 12=96$ transições possíveis. O cálculo das métricas implicaria o armazenamento de $2 \times 96=192$ sinais (I e Q). Aplicando o algoritmo de derivação de métricas, apenas são necessários os sinais $\tau_{1,b}(t)$, eliminando-se os 96 $\tau_{Q,b}(t)$ do ramo em quadratura, e além disso apenas são necessários os sinais associados às transições que se partem do primeiro quadrante (3 estados). Ou seja, apenas $3 \times 8=24$ sinais precisam de estar memorizados.

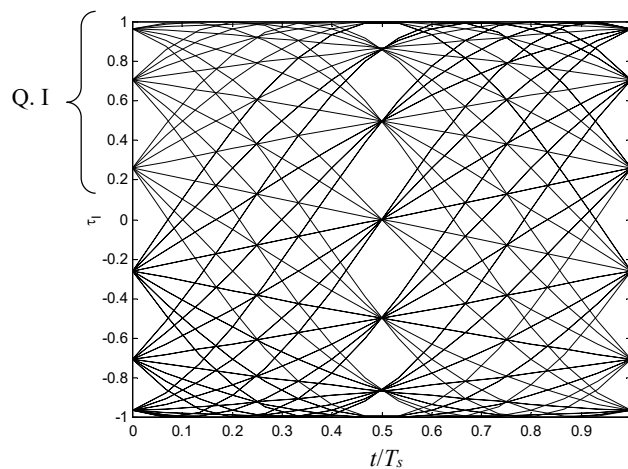


Figura 4.11: Sinais armazenados em T_I para o esquema $h=1/6$, $M=8$ CPFSK (traços contínuos) e as transições que o algoritmo permite dispensar (a tracejado).

Tal como no receptor óptimo, as métricas devem ser calculadas e memorizadas no vector Λ_i de Ξ elementos. Tendo em conta o que já foi dito e também a relação entre as funções seno e coseno, a estrutura de dados necessária para obter as Ξ métricas é:

- Um vector que armazena os M símbolos de canal possíveis:

$$\gamma_i = [-(M-1), \dots, -7, -5, -3, -1, +1, +3, +5, +7, \dots, M-1];$$

- A matriz ou tabela T_I com as $\Xi/4$ transições *em fase*, $\tau_{1,b}$, de Q.I;
- O vector Λ_i , de Ξ elementos, com as métricas finais do símbolo. Λ_i armazena no fim de cada intervalo de símbolo a soma das métricas parciais $\Lambda_{1,b}$ e $\Lambda_{Q,b}$, o que pode ser feito de forma cumulativa no próprio vector Λ_i .
- Uma *tabela de transição de estados* contendo as associações entre estados, conforme a treliça do esquema a detectar. Uma tabela deste tipo permite a implementação do algoritmo de detecção de uma forma configurável segundo o esquema CPM a detectar (ver receptor de

[LeBW00]).

A Figura 4.12 pretende explicitar a manipulação de referência do método implementado de derivação de métricas suportado numa tabela. Escolheu-se como exemplo o caso MSK devido à sua simplicidade. Mostra-se como a identificação do símbolo γ_i emitido é feita de forma unívoca pela posição que a métrica ocupa na tabela de armazenamento das métricas das transições. Cada posição de memória só comunica com posições associadas ao mesmo símbolo, e logo na mesma posição relativa dentro de cada conjunto de posições associadas a um estado.

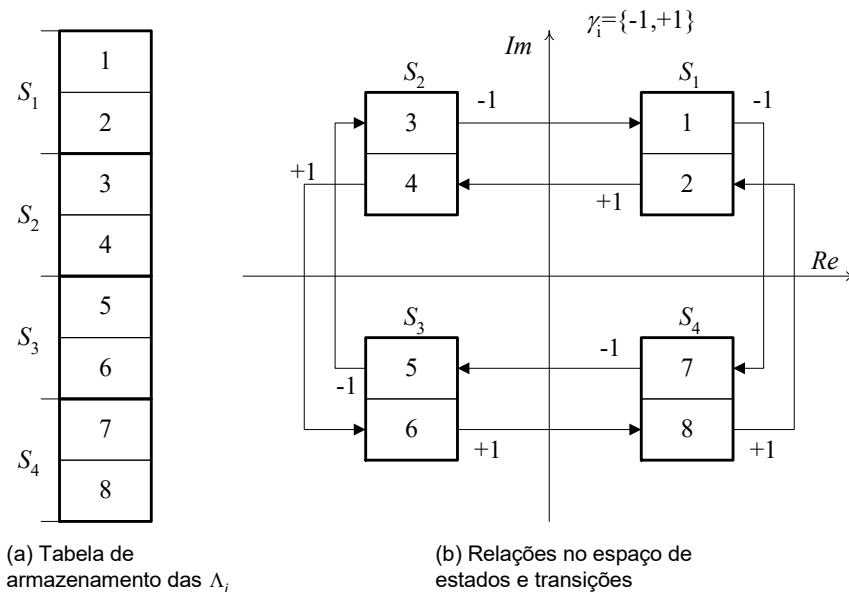


Figura 4.12: Estruturas e relações na tabela que suporta o processo de derivação de métricas no caso particular da MSK ($S=4$, $\Xi=8$). Os símbolos γ_i estão junto das transições que definem.

A Figura 4.13 representa a estrutura geral do vector Λ_i e as relações de cópia que permitem preencher 3/4 das suas posições à custa das métricas associadas ao primeiro quadrante.

Pressupondo a observação das condições do teorema apresentado, o algoritmo de cópia de métricas está assente nas relações entre as posições de Λ_i . Pretende-se que a Figura 4.13 esclareça essas relações. Para tal indicam-se as associações entre os estados, quadrantes e símbolos de canal γ a que correspondem as métricas associadas às transições em cada posição b . É possível ver que cada grupo de M transições está associado a um estado, sendo cada uma das transições ordenada segundo a ordem dos elementos de γ_τ .

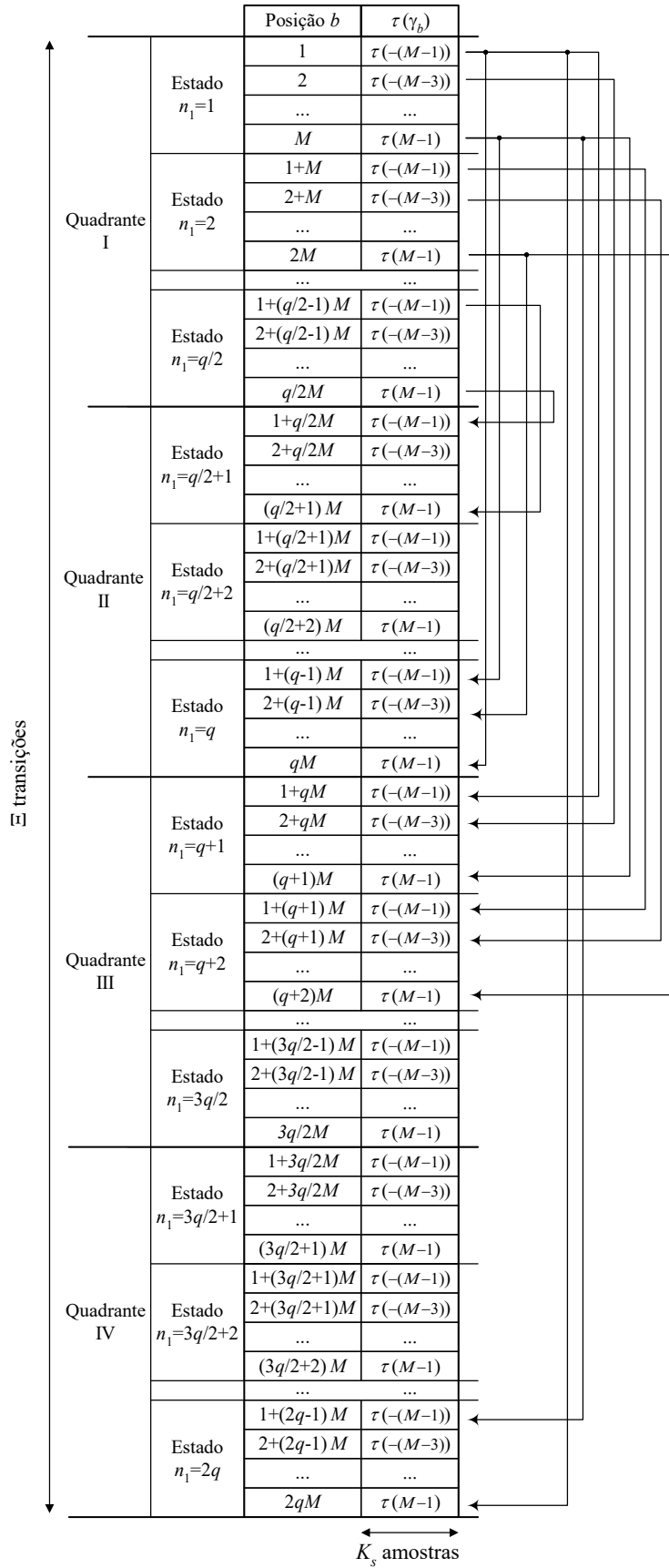


Figura 4.13: Estrutura da memória de armazenamento de métricas, Λ_i , em cada iteração.

Relembra-se que i é o índice temporal associado ao i -ésimo símbolo γ_i , e que b é o índice de posição de Λ_i (e não só) que está associado à b -ésima transição, tal como ordenadas inicialmente em 4.1. As Ξ posições de Λ_i são $\Lambda_i(b)$ e estão intimamente relacionadas com as geometrias expressas na Figura 4.10. Por exemplo, se dois estados de fase S_{n_1} e $S_{n_1'}$ diferem entre si de π radianos, então $n_1' = n_1 + q$, lembrando que existem $2q$ posições. Cada uma das transições está distanciada de $q \times M$ posições da sua análoga.

4.6 – Algoritmo de detecção

A detecção com o AV implica grandes requisitos de memória, especialmente quando a M -aridade dos símbolos é elevada ou quando são usados índices de modulação h pequenos (< 0.2). Essas opções conduzem a uma melhoria da compactação espectral mas aumentam o número de estados de fase S (ver Secção 3.1.5).

Porém, como se usam símbolos γ_i com valores ímpares, no fim de cada intervalo de símbolo de canal, o número de estados de fase possíveis é metade do total. Podem-se separar os estados em dois conjuntos: os *estados pares*, $\{0, 2\pi p/q, \dots, (2q-2)\pi p/q\}$, e os *estados ímpares*, $\{1\pi p/q, 3\pi p/q, \dots, (2q-1)\pi p/q\}$ (ver Figura 4.14).

No fim de um intervalo, a fase repousa obrigatoriamente em apenas um dos dois conjuntos de $S/2$ estados, alternando sucessivamente de conjunto. Esta simplificação também é válida em CPM multi- h [Pint98-Sec.2.2].

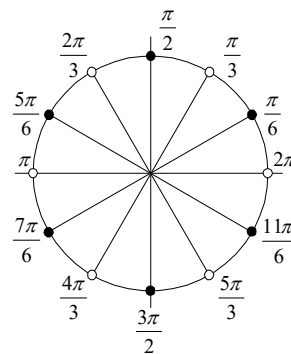


Figura 4.14: Distingção dos estados de fase pares e ímpares para $h=1/6$ ($S=12$ estados).

4.6.1 – O algoritmo SA(B,C)

A terceira etapa de redução de complexidade diz respeito ao algoritmo de detecção de seqüências a usar. Em vez do AV vai-se estudar-se a aplicação do *search algorithm*, recentemente estudado em

detalhe em [Auli99] e ainda em investigação [Cede00]. Este é um algoritmo de redução de estados (RSSD).

A estrutura do algoritmo depende de duas variáveis, explicitadas na notação $SA(B,C)$. A ideia consiste em separar os S estados em classes e, em cada uma, eliminar alguns caminhos. C é o número de classes nas quais os estados da treliça são colocados. Assim, cada classe contém S/C estados. B é o número de caminhos escolhidos dentro de cada classe. O algoritmo será testado para diferentes pares de B e C .

Este é descrito pelo seguinte conjunto de operações:

0: Iniciar as memórias dos caminhos com um estado inicial pré-definido. Atribuir métrica 0 a esse estado. Atribuir métrica ∞ aos restantes $B \cdot C - 1$ estados.

1: Propagar cada caminho passado para M novos ramos. Calcular o incremento das métricas associadas a cada novo caminho e somá-las às passadas. Existem agora $M \cdot B \cdot C$ caminhos candidatos.

2: Identificar todas as fusões de caminhos. Manter a de menor métrica e apagar os outros candidatos.

3: Mapear cada caminho candidato na classe de estados correspondente. Existirá selecção de caminhos no interior de cada uma das C partições.

4: Em cada partição seleccionar os B caminhos com métrica inferior. Armazenar os caminhos seleccionados e as suas métricas. Se existirem menos do que B caminhos sobreviventes na partição, atribuir métrica ∞ aos restantes.

5: Seleccionar o caminho com métrica inferior. Seguir esse caminho sobrevivente no sentido inverso δ símbolos e colocá-lo na saída como sendo o $(i-\delta)$ -ésimo símbolo detectado. Voltar ao passo 1.

Deve salientar-se que o AV é um caso particular do $SA(B,C)$, embora não tão abrangente quanto o *generalised Viterbi algorithm* [HeWi99]. Abusando da notação, tem-se que: $AV=SA(B=1, C=S)$ – ver Figura 4.15. O processo de detecção RSSD que se implementa e estuda na tese aplica o algoritmo descrito na forma $SA(B,C=1)$, ou seja, é um AV com redução do número de caminhos propagados.

Interpretando o AV como um algoritmo que “filtra” os caminhos que passam pelo conjunto de estados no fim de cada intervalo de símbolo, então o $SA(B,C)$ dir-se-á que exerce uma maior “filtragem” desses caminhos. Eventualmente poder-se-á perder o caminho correcto (durante um certo troço), sendo esse o custo que se paga pela redução de complexidade implementada.

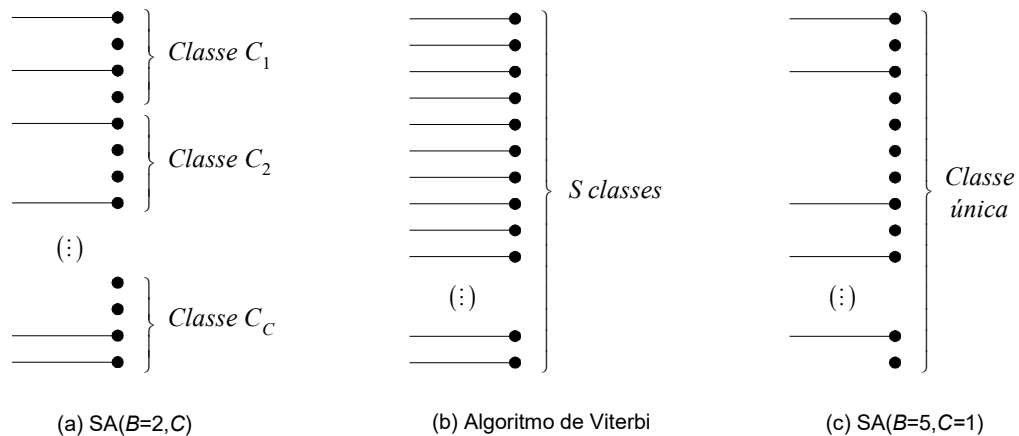


Figura 4.15: Propagação de estados sobreviventes no *search algorithm* na sua forma geral, e nos casos particulares dos algoritmos testados no receptor proposto. Em (c) o valor $B=5$ é um exemplo particular.

4.7 – Configuração de *hardware* e DSP

O processamento digital de toda a banda de radio frequência (RF), por exemplo de 25 MHz, requereria processadores digitais de sinal (DSP) com capacidade de efectuar 500 M instruções por segundo (IPS). Os melhores processadores da actualidade conseguem efectuar cerca de 200 MIPS. Assim, é impossível fazer a conversão directa de RF para a entrada do DSP. A solução passa por fazer conversões para frequências intermédias sucessivamente menores (f_i) e fazer a conversão analógico-digital na frequência intermédia inferior. O último passo é feito já no do domínio digital por meio de conversores de frequência digitais. Tendo por base as arquitecturas mais recentes [ZhSY01, MoKS00-Cap.6], estabelece-se na Figura 4.16 o esquema geral do receptor respeitante à estação base. Lembre-se que esta tem de processar independentemente os vários canais dos utilizadores do interface rádio. O esquema de um terminal será idêntico mas apenas com o processamento de um canal, logo possuindo apenas um DSP.

É de salientar que o hardware necessário para obter as métricas no espaço de Walsh pode ser implementado recorrendo à tecnologia mais comum usada nos sistemas de DS-CDMA (*direct sequence code division multiple access*) para fazer a correlação com as várias sequências de espalhamento (e.g. [Verd98, GlVu97, Pras96]).

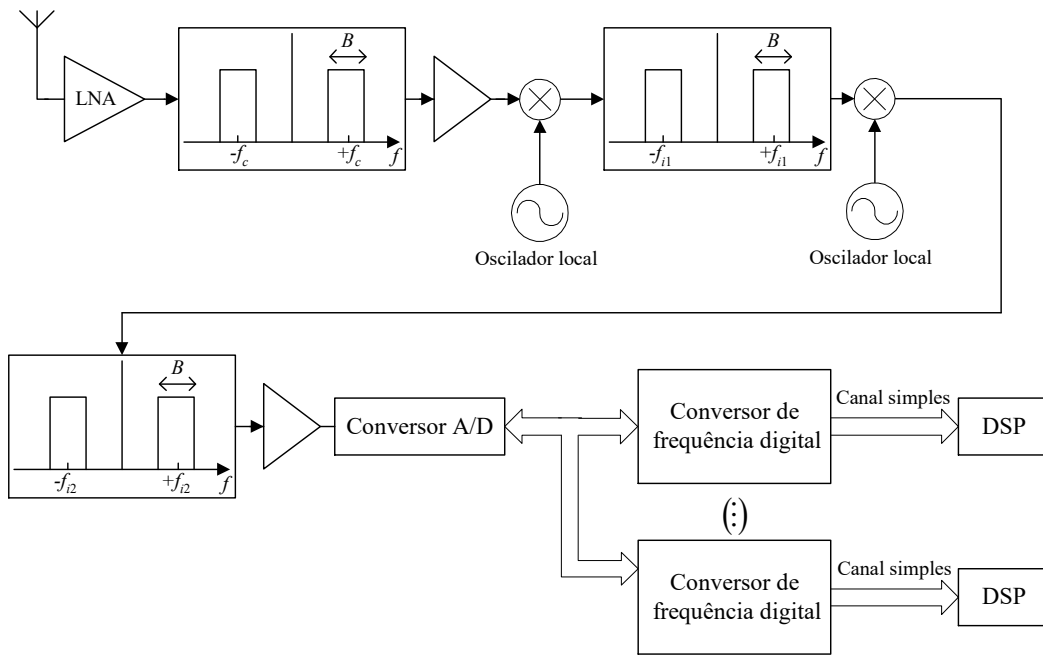


Figura 4.16: Andar de RF, super-heterodino, prévio ao detector MLSD proposto, a implementar no DSP (configuração da estação base).

A operação em banda de base é realizada com a arquitectura da Figura 4.17. A tabela “ $\cos(\tau_b)$ ” que se observa na figura é composta das primeiras $\Xi/4$ $\tau_{i,b}$ definidas em (4.16a), ou seja as primeiras $\Xi/4$ posições de \mathbf{T}_1 , exemplificada na Figura 4.11.

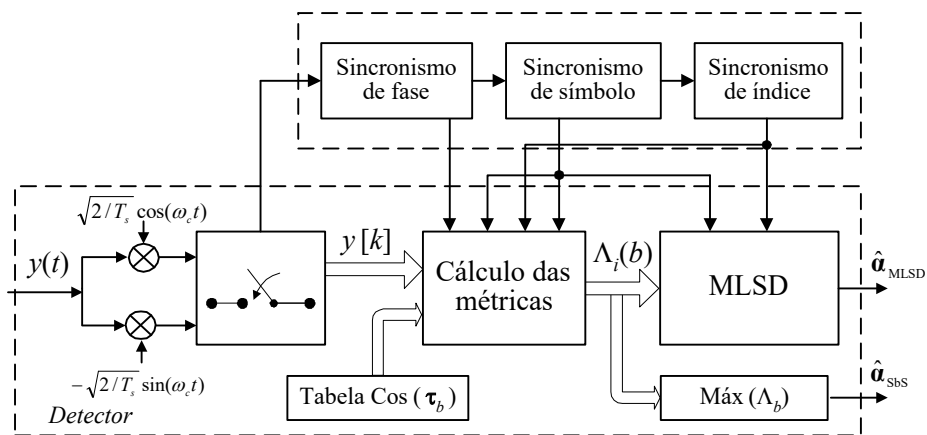


Figura 4.17: Receptor de processamento total em tempo discreto.

A arquitectura do detector DSP proposto é descrito de forma detalhada na Figura 4.18.

O esquema de operações do simulador desenvolvido pode ser consultado na Figura 4.19. O bloco “MLSD ou RSSD” é o mesmo da Figura 4.18.

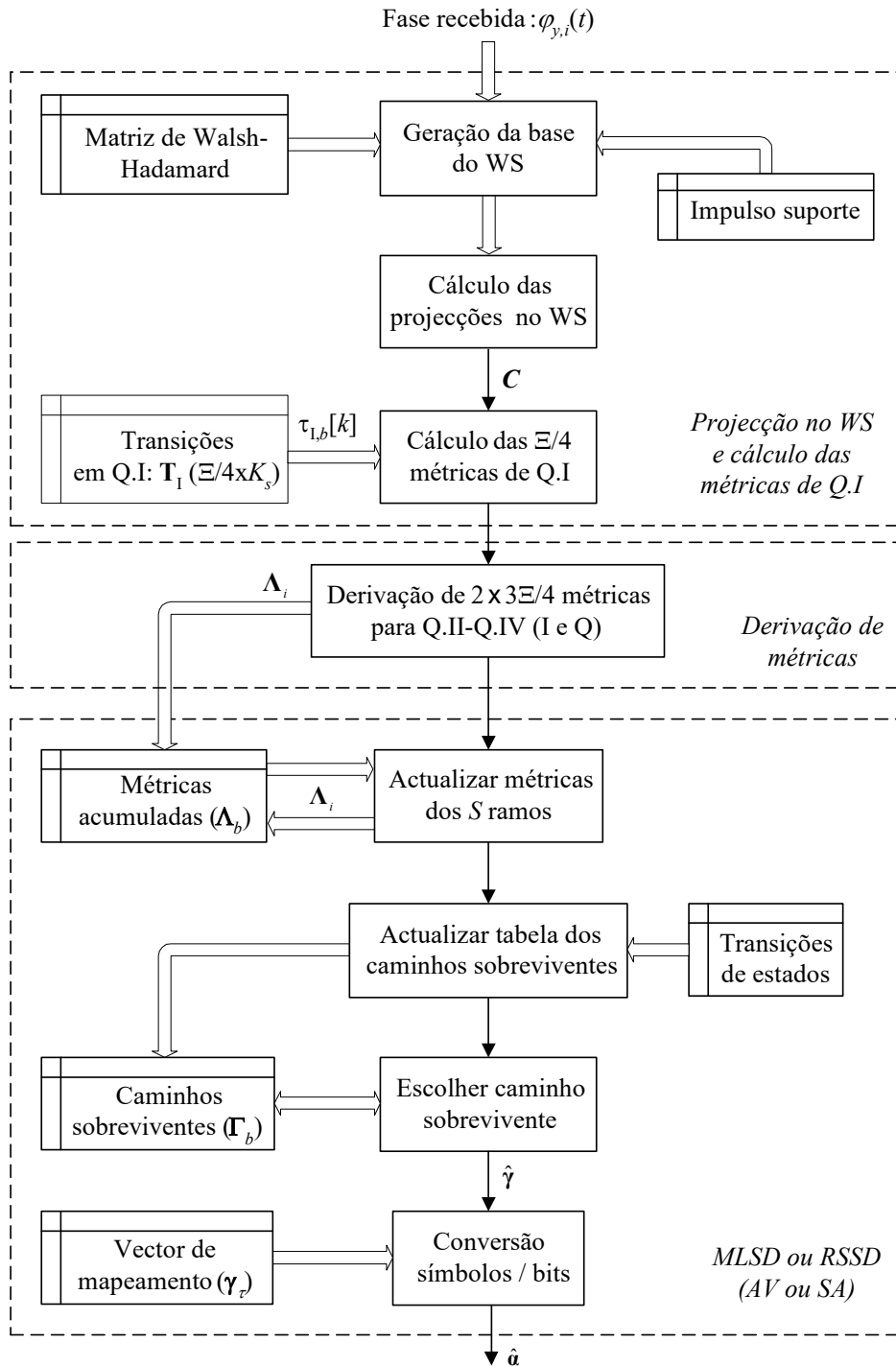


Figura 4.18: Fluxo de dados e sequência de operações para o receptor total simplificado, detalhando o bloco de projecção no espaço de Walsh.

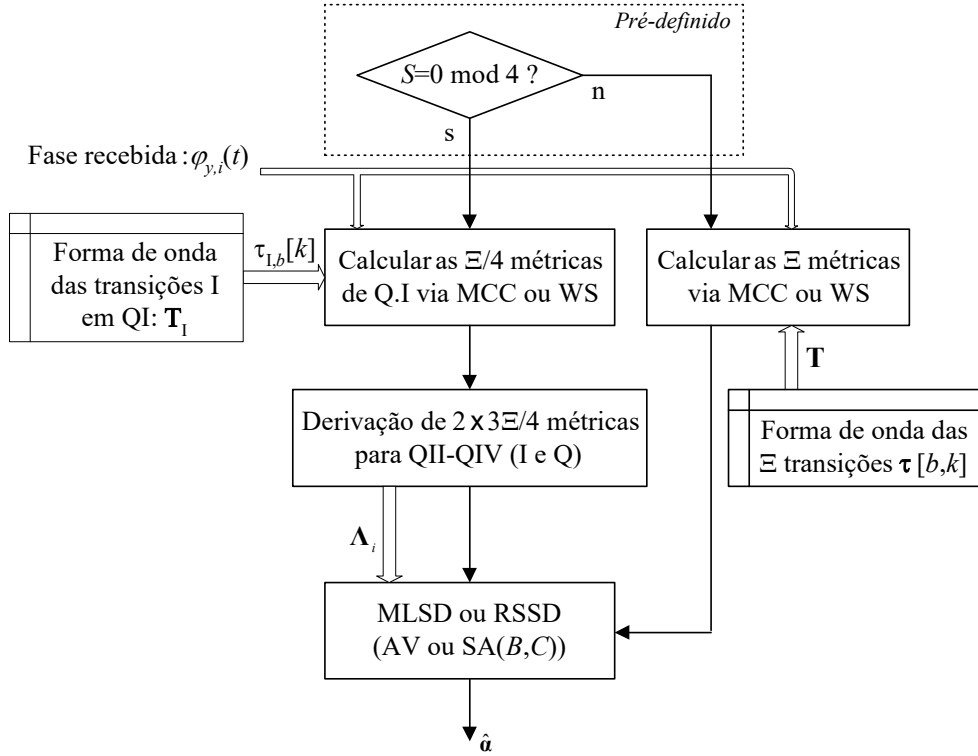


Figura 4.19: Fluxo de dados e sequência de operações no simulador criado.

4.8 – Sincronismo da MSK

A aquisição do sincronismo em sistemas com CPM é um tema onde ainda existe muita necessidade de investigação. O caso particular da MSK, por ser também da família BFSK (cf. Secção 3.1.2 e Anexo B), permite uma geração dos sinais de sincronismo muito simples que permitiu o seu uso corrente, por exemplo no GSM. Tendo em conta o que foi dito na Secção 3.1.2, a MSK pode ser escrita na forma

$$s(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos \left[2\pi \left(f_c + \frac{\gamma_i}{4T_b} \right) t + \varphi_i + \varphi_0 \right], \quad iT_s < t < (i+1)T_s \quad (4.48)$$

em que γ_i são os dados binários $\in \{-1, +1\}$ e φ_i é a fase que garante a continuidade (ver também o Anexo A.4), assumindo valores em $\{0, \pi\}$, e dada por [Skla88-Sec.7.9.2]

$$\varphi_i = \left[\varphi_{i-1} + \frac{\pi i}{2} (\gamma_{i-1} - \gamma_i) \right] \text{ mod } 2\pi \quad (4.49)$$

As frequências de desvio durante cada símbolo γ_i são

$$f_i = f_c - \frac{1}{4T_b} \quad (4.50a)$$

$$f_2 = f_c + \frac{1}{4T_b}. \quad (4.50b)$$

Na Figura 4.20 mostra-se o esquema de blocos que gera uma portadora coerente e o sinal para o sincronismo de bit.

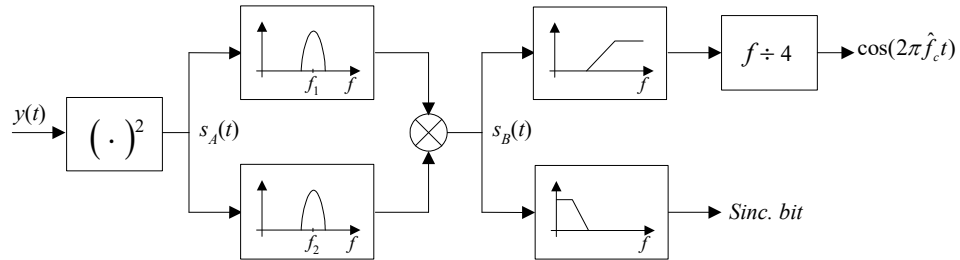


Figura 4.20: Bloco de aquisição de sincronismo em MSK.

Após a elevação ao quadrado tem-se

$$\begin{aligned} s_A(t) &= \frac{2E_b}{T_b} \cos^2 \left[2\pi \left(f_c + \frac{\gamma_i}{4T_b} \right) t + \varphi_i + \varphi_0 \right] = \\ &= \frac{E_b}{T_b} + \frac{E_b}{T_b} \cos \left[2\pi \left(2f_c + \frac{\gamma_i}{2T_b} \right) t + 2\varphi_0 \right]. \end{aligned} \quad (4.51)$$

Como $\varphi_i \in \{0, \pi\}$, o seu efeito era equivalente a um factor multiplicativo de valores $\{-1, +1\}$. Após a elevação ao quadrado o seu efeito desaparece.

Definem-se as frequências intermédias centradas em $2f_c$ e associadas a $\gamma_i = -1$ e $\gamma_i = +1$ como

$$f'_1 = 2f_c - \frac{1}{2T_b} \quad (4.52a)$$

$$f'_2 = 2f_c + \frac{1}{2T_b}. \quad (4.52b)$$

Fazendo a multiplicação dos sinais centrados em f'_1 e f'_2 , tem-se

$$\begin{aligned} s_B(t) &= \frac{E_b}{T_b} \cos(2\pi f'_1 t + 2\varphi_0) \cdot \cos(2\pi f'_2 t + 2\varphi_0) \\ &= \frac{E_b}{2T_b} \cos(8\pi f_c t + 4\varphi_0) + \frac{E_b}{2T_b} \cos \left[2\pi \left(\frac{1}{T_b} \right) t \right]. \end{aligned} \quad (4.53)$$

Em (4.51) e (4.53) usou-se a relação trigonométrica $\cos(a) \cdot \cos(b) = 0.5 \cdot \cos(a+b) + 0.5 \cdot \cos(a-b)$.

Após um filtro passa-alto e um divisor de frequência de factor 4, obtém-se a portadora estimada

\hat{f}_c . Directamente na saída do filtro passa-baixo tem-se um sinusóide de frequência $1/T_s=R_s$ que serve para o sincronismo de relógio. A amplitude dos sinais é, na prática, afectada de constantes multiplicativas associadas aos blocos usados, e aqui ignoradas.

A existência de um erro de fase da forma $\Delta\phi=2\pi\varepsilon_\phi$ (exemplo na Figura 4.21) implica uma degradação no desempenho que é calculável analiticamente, tal como indicado em [AnAS86-Sec.9.1.4], partindo da definição (3.19), ou em [Pint98-Sec.2.5], usando as expressões (3.21).

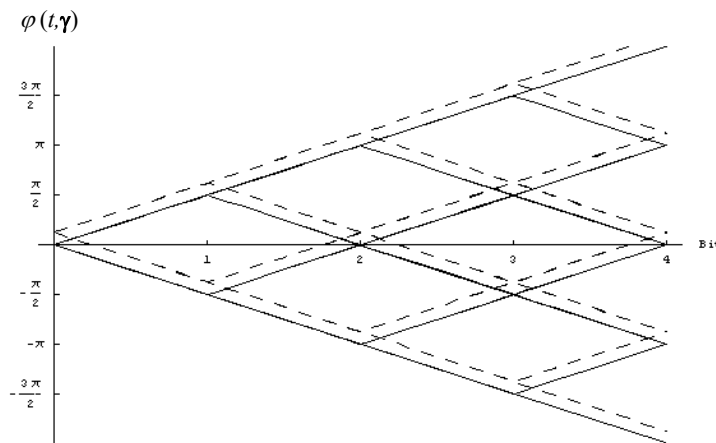


Figura 4.21: Erro de fase na treliça da MSK ($\Delta\phi = \pi/8$).

Na Tabela 4.1 indicam-se as perdas existentes em MSK, para probabilidades de erro realistas em comunicações rádio ($P_b > 10^{-5}$).

Tabela 4.1: Perda de potência em MSK (para E_b/N_0 elevado) com detecção óptima, devido a um erro de fase de ε_ϕ (com dados de [AnAS86-p.369]).

ε_ϕ	$\Delta\phi$ [°]	Perda [dB]
0.01	3.6	0.37
0.02	7.2	0.79
0.03	10.8	1.26
0.04	14.4	1.77
0.05	18.0	2.34

Em [Pint98-Sec.2.5] as expressões foram aplicadas para um receptor óptimo de CPM- h ($h_1=3/8, h_2=4/8$), verificando-se que as perdas aumentam muito pouco (apenas 0.2 dB quando $\varepsilon_\phi \times 100=5\%$, o pior caso considerado).

A referência [MeAn97-Cap.6] é dedicada ao sincronismo de fase em CPM com parâmetros gerais. A aquisição do sincronismo de relógio é abordada em [MeAn97-Cap.9].

Capítulo 5

Análise do receptor

(...) Suddenly, totally unexpectedly, I had this incredible revelation: I realized that what was holding me up was exactly what would solve the problem I've had in my Iwasawa attempt three years earlier. It was the most important moment of my working life. It was so indescribably beautiful; it was so simple and so elegant, and I just stayed and disbelieved for twenty minutes. Then, during the day, traveling the department, I keep coming back to my desk to see if it was still there. It was still there. Almost what seemed to be stopping that Flach and Kolyvagin, was exactly what would make horizontally Iwasawa theory, my original approach to the problem from three years before... would make exactly that work. So out of the ashes seemed to arise the true answer to the problem.

(Prof. Andrew Wiles¹ in "Horizon", BBC, MCMXCVI)

Neste capítulo irá proceder-se ao teste do receptor exposto no capítulo anterior. Os testes serão realizados usando um canal apenas com AWGN e, posteriormente, num canal que reflecte a pior condição de propagação em sistemas sem fios de banda estreita: a distorção multiplicativa de Rayleigh. O receptor será submetido a testes que permitirão retirar conclusões sobre a dimensão mínima do espaço de Walsh (EW) necessária, sobre a robustez do mecanismo de derivação de métrica e, por fim, acerca da possível redução do número mínimo de estados a propagar pelo algoritmo de detecção de sequências. O estudo inicia-se com uma investigação acerca do efeito da amostragem no receptor discreto (DSP).

5.1 – Análise com ruído branco gaussiano

Nesta secção vai analisar-se o desempenho do receptor sub-ótimo na detecção de sequências com AWGN. Começa-se por se definir as condições de simulação do ruído e de como ele é implementado no simulador desenvolvido em *Matlab*[®] 5.3, recorrendo ao equivalente passa-baixo (EPB) dos sinais

¹ Matemático. Demonstrou em 1994 "O Último Teorema de Fermat" (e.g. [Acze97]). Optou-se por não se traduzir esta citação.

CPM, conforme descrito no Anexo G.

5.1.1 – Potência do ruído simulado

As relações entre a energia de bit, a energia de símbolo (já referidas no Cap.2), a potência do sinal, P , o tempo de símbolo e o tempo de bit são:

$$P = \frac{E_b}{T_b} = \frac{E_s}{T_s} \quad (5.1)$$

$$T_s = T_b \cdot \log_2 M \quad (5.2)$$

$$E_s = E_b \cdot \log_2 M \quad (5.3)$$

A última expressão é a mesma que a (2.32).

Atribui-se à amplitude do sinal CPM definido por (3.1) o valor unitário, ou seja

$$\sqrt{\frac{2E_s}{T_s}} = \sqrt{\frac{2E_b \cdot \log_2 M}{T_b \cdot \log_2 M}} = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} = 1. \quad (5.4)$$

A potência do ruído branco que perturba o processo de detecção é

$$\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} |H_R(f)|^2 df \quad (5.5)$$

Usando o teorema de Parseval e lembrando que se tem uma base ortonormada, definida na Secção 2.2.3, a potência do ruído que afecta as métricas Λ_i é

$$\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} |H_R(f)|^2 df = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} |h_R(t)|^2 dt = \frac{N_0}{2} \int_{T_s} |\psi_n(t)|^2 dt = \frac{N_0}{2} \cdot 1, \quad n=1, 2. \quad (5.6)$$

Usando este resultado pode escrever-se

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{E_b}{2\sigma_n^2}. \quad (5.7)$$

Usando (5.7) e impondo $E_b=1$, a potência de ruído de um simulador em tempo contínuo seria

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{2(E_b/N_0)}. \quad (5.8)$$

A implementação do simulador em tempo discreto obriga ainda às considerações expostas na secção seguinte.

A variância (ou potência) determinada para o ruído está associada a uma transmissão binária, ou seja em que os símbolos de canal γ_i correspondem aos bits de informação α_i . Quando se efectua uma transmissão M -ária em geral, a variância (5.8) deve ser referida à energia de símbolo. Usando (5.3) vem:

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{2(E_s/N_0)} = \frac{1}{2\log_2(M)(E_b/N_0)}. \quad (5.9)$$

5.1.2 – Implementação da simulação

Tendo em atenção que os filtros de recepção são implementados sob a forma de correladores [MoCe99], o sinal no ramo I após o correlador é

$$\begin{aligned} s^{(A)}(t, \gamma) &= \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}} \cos(\omega_c t + \varphi(t, \gamma) + \varphi_0) \cdot \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos(\omega_c t + \varphi(t, \gamma_b)) \\ &= \frac{\sqrt{E_s}}{T_s} \cos(\varphi(t, \gamma) - \varphi(t, \gamma_b) + \varphi_0) + \frac{\sqrt{E_s}}{T_s} \cos(2\omega_c t + \varphi(t, \gamma) + \varphi(t, \gamma_b) + 2\varphi_0). \end{aligned} \quad (5.10)$$

O efeito de filtragem passa baixo que a integração no domínio T_s insere elimina a segunda parcela deste sinal, restando apenas a componente na banda de base, ficando

$$y(t, \gamma) = \frac{\sqrt{E_s}}{T_s} \cos(\varphi(t, \gamma) + \varphi_0) \cos(\varphi(t, \gamma_b)) + \frac{\sqrt{E_s}}{T_s} \text{sen}(\varphi(t, \gamma) + \varphi_0) \text{sen}(\varphi(t, \gamma_b)). \quad (5.11)$$

Sem perda de generalidade, considera-se uma energia de símbolo normalizada $E_s=1$ e um tempo de símbolo $T_s=1$. Desenvolvendo as expressões análogas para o ramo em quadratura, é possível mostrar que o equivalente passa-baixo (EPB) do sinal emitido é simplesmente

$$s_I(t, \gamma) = \cos(\varphi(t, \gamma) + \varphi_0) \quad (5.12a)$$

$$s_Q(t, \gamma) = \text{sen}(\varphi(t, \gamma) + \varphi_0) \quad (5.12b)$$

e os EPB das Ξ transições são os sinais

$$\tau_{I,b} = \tau_I(t, \gamma_b) = \cos(\varphi(t, \gamma_b)) \quad (5.13a)$$

$$\tau_{Q,b} = \tau_Q(t, \gamma_b) = \text{sen}(\varphi(t, \gamma_b)) \quad (5.13b)$$

para $b=1, 2, \dots, \Xi$. Estes sinais já foram subentendidos (mas em tempo discreto) nas expressões (4.15)-(4-16).

Quando se efectua uma simulação com o método de Monte Carlo (ver Anexo H), a ordem de grandeza da probabilidade de erro a obter em cada E_b/N_0 pode ser conhecida através de algumas simulações para o mesmo E_b/N_0 e analisando o valor médio das BER obtidas. Assim, e havendo apenas AWGN, cada simulação conducente à obtenção de um ponto ($E_b/N_0, P_b=10^{-p}$) é realizada com um número de bits $N_b=10^{p+1}$, conforme a regra justificada no Anexo H. Esse número de bits corresponde a um número de símbolos de canal, γ_i , que é menor quando $M>2$, dado por $N_s=N_b/\log_2(M)$. Esse número de símbolos é segmentado em várias *janelas de simulação*, cada uma com N_j símbolos γ_i . Existirão tantas janelas de simulação quantas as necessárias para simular os N_s símbolos. Em cada iteração impõe-se um número de pontos da forma 2^n , com $n \in \mathbb{N}^+$. Assim, quer o número de símbolos simulados em casa janela, quer o número de pontos por símbolo, K_s , são também sempre dessa forma, já que o número de pontos numa janela é obviamente dado pelo produto destas duas grandezas.

Sendo o tempo de amostragem $T_a=T_s/K_s$, a frequência de amostragem é

$$f_a = \frac{K_s}{T_s} \quad (5.14)$$

Relembra-se que na Secção 4.2.1 definiu-se $y_i(t)$ como sendo o equivalente passa-baixo do sinal recebido, i.e. um complexo, e que K_s é o número de amostras em cada intervalo de símbolo T_s .

A aplicação da expressão da distância euclidiana incremental (3.18) foi definida nas expressões (4.10-4.11). A métrica $\Lambda_i(b)$ em tempo discreto, será

$$\Lambda_i^{(\text{disc})}(b) = \frac{T_s}{K_s} \sum_{k=1}^{K_s} y_i \left(\frac{kT_s}{K_s} \right) \exp \left[j\varphi \left(\frac{kT_s}{K_s}, \gamma_b \right) \right], \quad b=1, 2, \dots, \Xi. \quad (5.15)$$

O valor esperado da métrica incremental $\Lambda_i(b)$ é

$$\begin{aligned} E[\Lambda_i(b)] &= 0 + \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}} \int_{iT_s}^{(i+1)T_s} \cos(\omega_c t + \varphi(t, \gamma_i)) \cos(\omega_c t + \varphi(t, \gamma_b)) dt \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}} \int_{iT_s}^{(i+1)T_s} \cos(\varphi(t, \gamma_i) - \varphi(t, \gamma_b)) dt. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Mostra-se que o seu segundo momento é [AnAS86-Sec7.4.1], para as transições $b=1, 2, \dots, \Xi$,

$$E[\Lambda_i^2(b)] = \frac{N_0 T_s}{4} + E^2[\Lambda_i(b)]. \quad (5.17)$$

Uma vez que a simulação é efectuada em tempo discreto, interessa saber de que forma a discretização afecta as estatísticas do sinal amostrado. O valor esperado da métrica obtida através dos sinais amostrados é

$$E[\Lambda_i^{(\text{disc})}(b)] = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}} \sum_{k=1}^{K_s} \cos\left(\varphi\left(\frac{kT_s}{K_s}, \gamma\right) - \varphi\left(\frac{kT_s}{K_s}, \gamma'\right)\right) \quad (5.18)$$

que, quando $K_s \rightarrow \infty$, tende para o valor $E[\Lambda_i^2(b)]$ do caso contínuo, dado em (5.16).

Para a variância da métrica $\Lambda_i^{(\text{disc})}(b)$ tem-se que [AnAS86-Sec7.4.1]

$$\lim_{K_s \rightarrow \infty} E\left[\left(\Lambda_i^{(\text{disc})}(b)\right)^2\right] = \frac{\sigma^2 T_s^2}{2K_s} + E^2[\Lambda_i^{(\text{disc})}(b)]. \quad (5.19)$$

Assim, comparando (5.19) com (5.17), conclui-se que as amostras de ruído que simulam um processo de ruído contínuo com uma DEP de valor $N_0/2$ terão de ter a variância:

$$\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2} \frac{K_s}{T_s}. \quad (5.20)$$

Como se impôs $T_s=1$, mais uma vez sem perda de generalidade, esta expressão é a determinada para o caso contínuo – c.f. (5.6) – multiplicada pelo número de amostras por símbolo, isto é o número de pontos simulados para representar cada transição de fase.

O espectro do sinal CPM é dado por

$$X(f) = \frac{1}{2} [X_{pb}(f - f_c) + X_{pb}^*(-f - f_c)]. \quad (5.21)$$

onde X_{pb} é o espectro do sinal EPB simulado (ver anexo G).

O cálculo aproximado do seu espectro pode ser feito pelo *método de abordagem directa* [ZiPe85-p.236]:

$$X_{pb} = \lim_{N \rightarrow \infty} E \left[\frac{|TF_{NT_s}[x_{pb}]|^2}{NT_s} \right] \quad (5.22)$$

onde o numerador do argumento é a Transformada de Fourier dos sinais simulados durante um intervalo de tempo de NT_s segundos.

5.1.3 – Validação do simulador

O simulador foi validado com a modulação MSK, para a qual existem alguns trabalhos de simulação publicados com recepção coerente, o que permitiu verificar que todas as constantes de escala foram correctamente inseridas. Tal como neste trabalho, também nessas referências consultadas a curva de BER não é a esperada para as modulações binárias antipodais (ver Secção 2.2.3), resultado esse que aparece na esmagadora maioria da literatura. Na verdade a expressão da probabilidade de erro (2.28b) com $d_{\min}^2 = 2$ fornece um desempenho melhor do que o obtido experimentalmente [MuHi81] ou por simulação [MeAn97-p.31, Rodr97-p.141]. A diferença assintótica entre as curvas de BER é de ≈ 0.7 dB. O primeiro autor a fazer essa constatação, Murota, propôs que a expressão (2.28b) continuasse a ser usada, mas aplicando uma DEQMN equivalente $d_{\min}^2 = 1.7$. Fazendo essa modificação, a curva resultante aproxima-se em menos de 0.2 dB dos resultados obtidos na simulação para a MSK, validando o simulador. Os resultados são apresentados na secção seguinte, conjuntamente com outros os outros esquemas utilizados para estudar o desempenho do receptor proposto.

5.1.4 – Os esquemas de teste

Esquemas teste que irão servir de teste ao receptor proposto são os constituídos através dos seguintes parâmetros:

- impulsos de fase $q(t)$ de resposta total 1REC e 1RC (apenas qualitativamente);
- $M=2, 4, 8$ e 16 com $h=1/2$: a usar nos testes de amostragem do sinal recebido $y(t)$;
- $M=4$ e 8 com $h=9/20$, por conduzirem a um máximo local de d_{\min}^2 (ver Figura 3.14 3 3.15).

Na Tabela 5.1 resumiram-se as características dos esquemas seleccionados assim como o número de estados, S , o número de transições τ , Ξ , e o número total de $\tau_1 + \tau_Q$ (número de filtros ou correladores necessários). Por fim indica-se o número de transições a armazenar no receptor proposto, Ξ_a .

Tabela 5.1: Esquemas CPM não codificados seleccionados.

h	M	S	$B_{99,0}T_b$	d_{\min}^2	G [dB]	Ξ	2Ξ	Ξ_a
1/2	2	4	1.20	2.0	0	8	16	2
	4	4	1.30	2.0	0	16	32	4
	8	4	1.55	3.0	1.76	32	64	8
	16	4	-	-	-	64	128	16
9/20	4	40	1.18	3.60	2.56	160	320	40
	8	40	1.40	5.40	4.31	320	640	80

Os quatro primeiros esquemas indicados ($h=1/2$) serão usados para testar o número de amostras por símbolo de canal, K_s , e a dimensão F dos EW's. Embora sendo esquemas catastróficos (c.f. Figuras 3.14 e 3.15), eles possuem apenas quatro estados de fase, que é precisamente o menor número de estados que um esquema CPM poderá ter para funcionar com o mecanismo de derivação de métricas proposto. O número destes esquemas, $\Xi=4M$, é também sempre muito pequeno. Uma vez que a investigação da dimensão mínima do EW em função da M -aridade da modulação ou do seu índice de modulação não depende da detecção dos estados mas da aproximação dos sinais pelo EW, então estes esquemas catastróficos são uma boa opção durante essa investigação. Note-se também que neste contexto a largura de banda do esquema CPM não é relevante.

Os valores das DEQMN's para os esquemas com M -CPFSK $h=1/2$ da Tabela 5.1 foram obtidos nas Figuras 3.14 e 3.15. Os valores das larguras de banda normalizadas dos mesmos esquemas foram obtidos graficamente em [AnAS86-p.183]

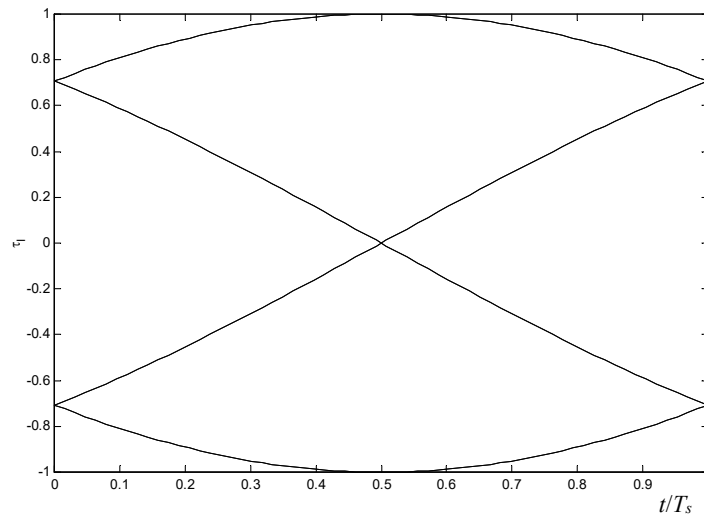
Para $M=16$ não são conhecidas simulações que tenham permitido obter o valor da DEQMN. Assim, apenas se conhece o limite superior observável na Figura 3.13. Adiante concluir-se-á que este esquema 16-CPFSK também é catastrófico, sendo o seu ganho muito inferior ao antevisto através do limite superior para a DEQMN. O desempenho deste esquema será pois pela primeira vez conhecido mediante simulação.

Como se disse, os esquemas quaternários e octonários com $h=9/20$ são os esquemas propostos para utilização conjunta com o receptor definido devido às suas excelentes características em termos de largura de banda, ganho e complexidade (cf. Secção 3.1.5).

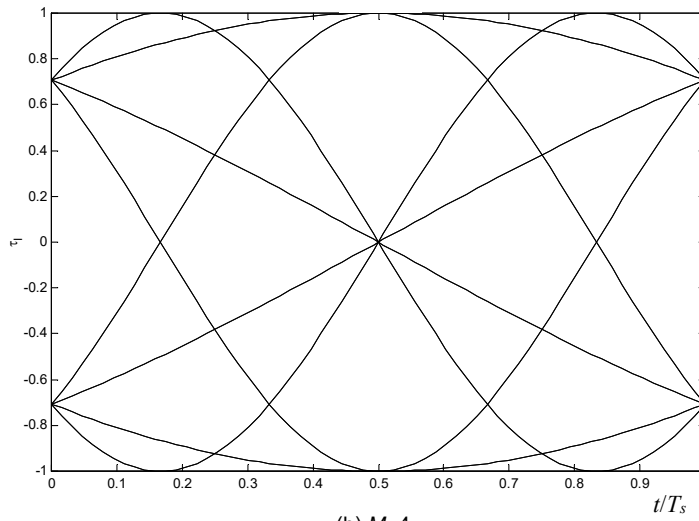
A análise do receptor proposto é feita em três etapas, correspondentes aos blocos em que a tese propõe soluções sub-óptimas. Estes três pontos são a dimensão do EW, a derivação de métricas e por fim o efeito da redução do número de estados a propagar, B , quando se usa o SA($B,C=1$). Para cada uma das propostas procura-se o limite de redução de *hardware* ou de complexidade que conduzem a degradações de desempenho toleráveis. Note-se que a derivação de métricas não implica de *per se* qualquer erro adicional no cálculo de métricas. Ele só ocorre quando há erro de sincronismo de fase, devido à quebra das relações de simetria.

Os resultados que se apresentam nesta tese dizem todos respeito a esquemas com impulsos 1REC, embora também se tenha comprovado o funcionamento do receptor proposto com os impulsos 1RC. Apesar da redução de banda que os impulsos de fase 1RC proporcionam, o ganho alcançado é inferior [AuSu81]. Este facto foi confirmado no simulador construído.

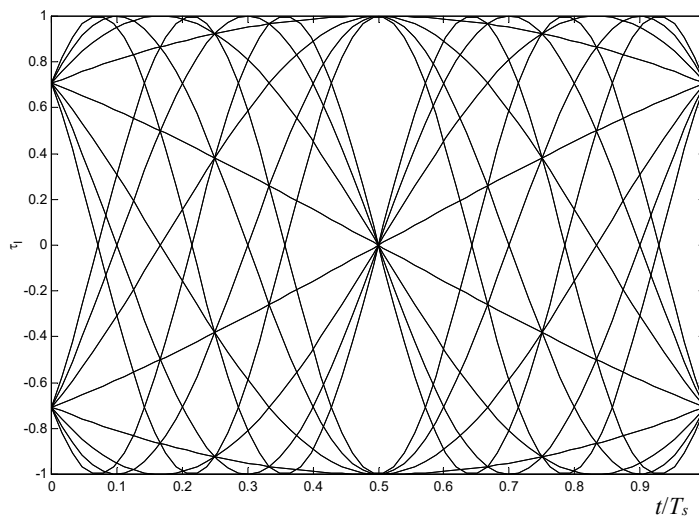
Na Figura 5.1 e na Figura 5.2 mostram-se as transições do ramo em fase dos esquemas 1REC, respectivamente com $h=1/2$ e com $h=9/20$.



(a) $M=2$

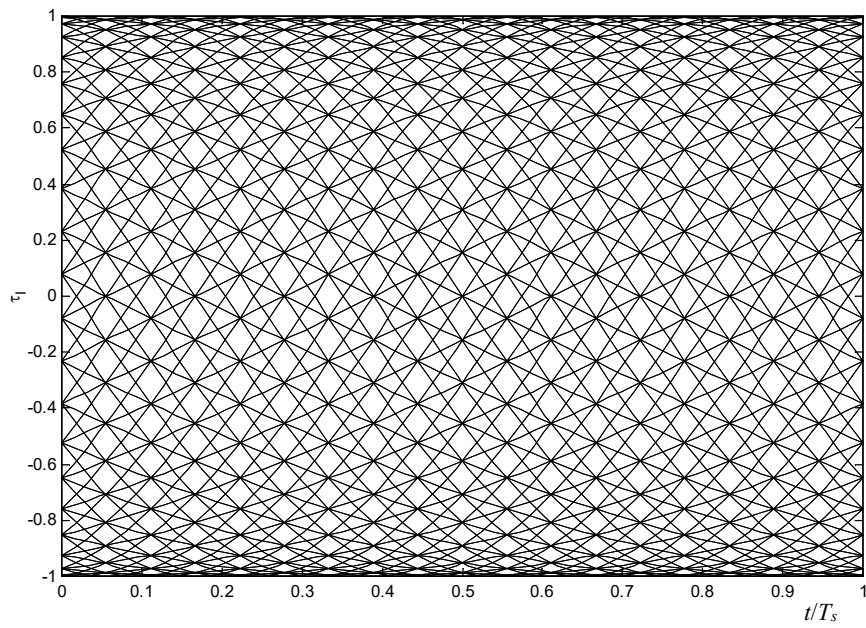


(b) $M=4$

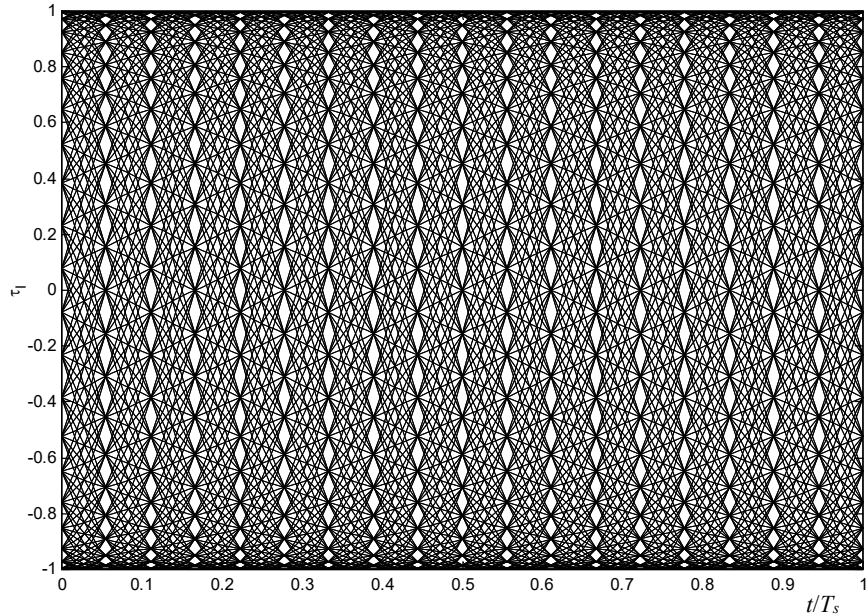


(c) $M=8$

Figura 5.1: Transições de fase π para os esquemas 1REC com $h=1/2$.



(a) $M=4$



(b) $M=8$

Figura 5.2: Transições de fase τ_1 para os esquemas 1REC com $h=9/20$.

Na Figura 5.3 e na Figura 5.4 mostram-se as transições do ramo em fase dos esquemas 1RC, respectivamente com $h=1/2$ e com $h=9/20$.

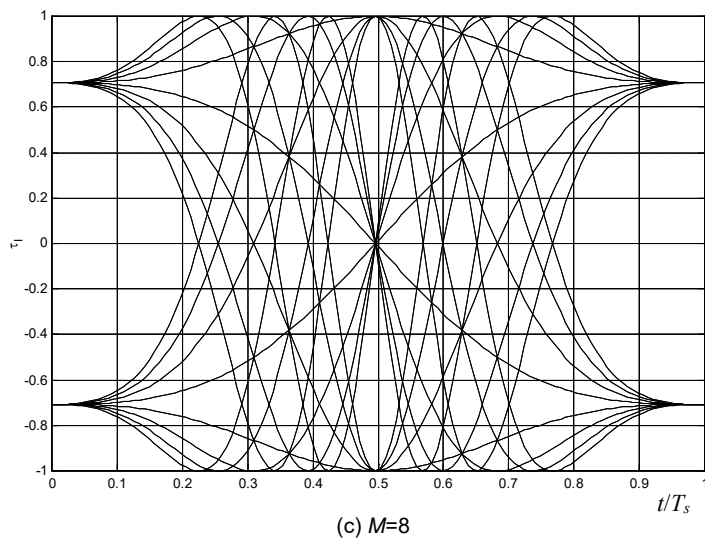
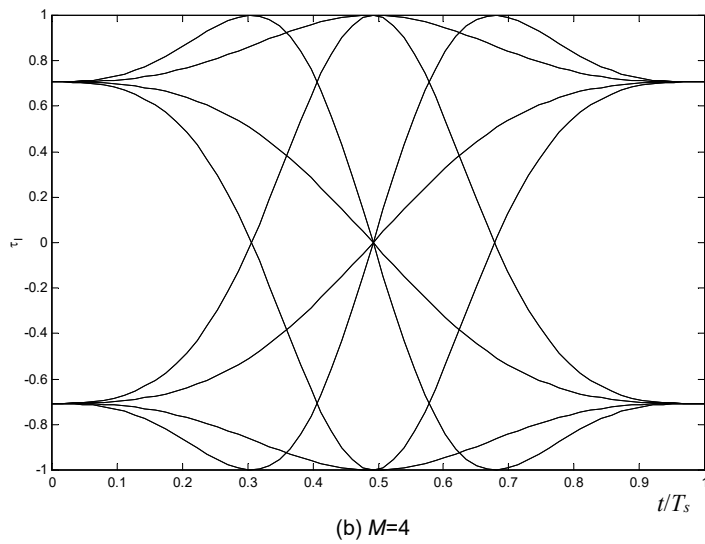
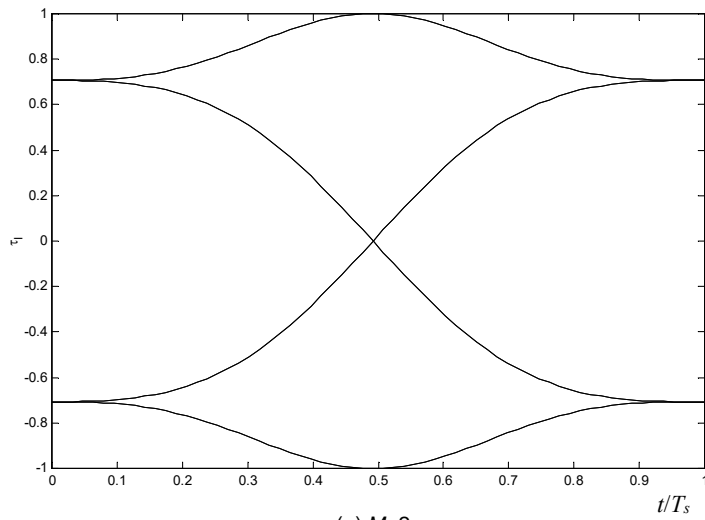


Figura 5.3: Transições de fase π para os esquemas 1RC com $h=1/2$.

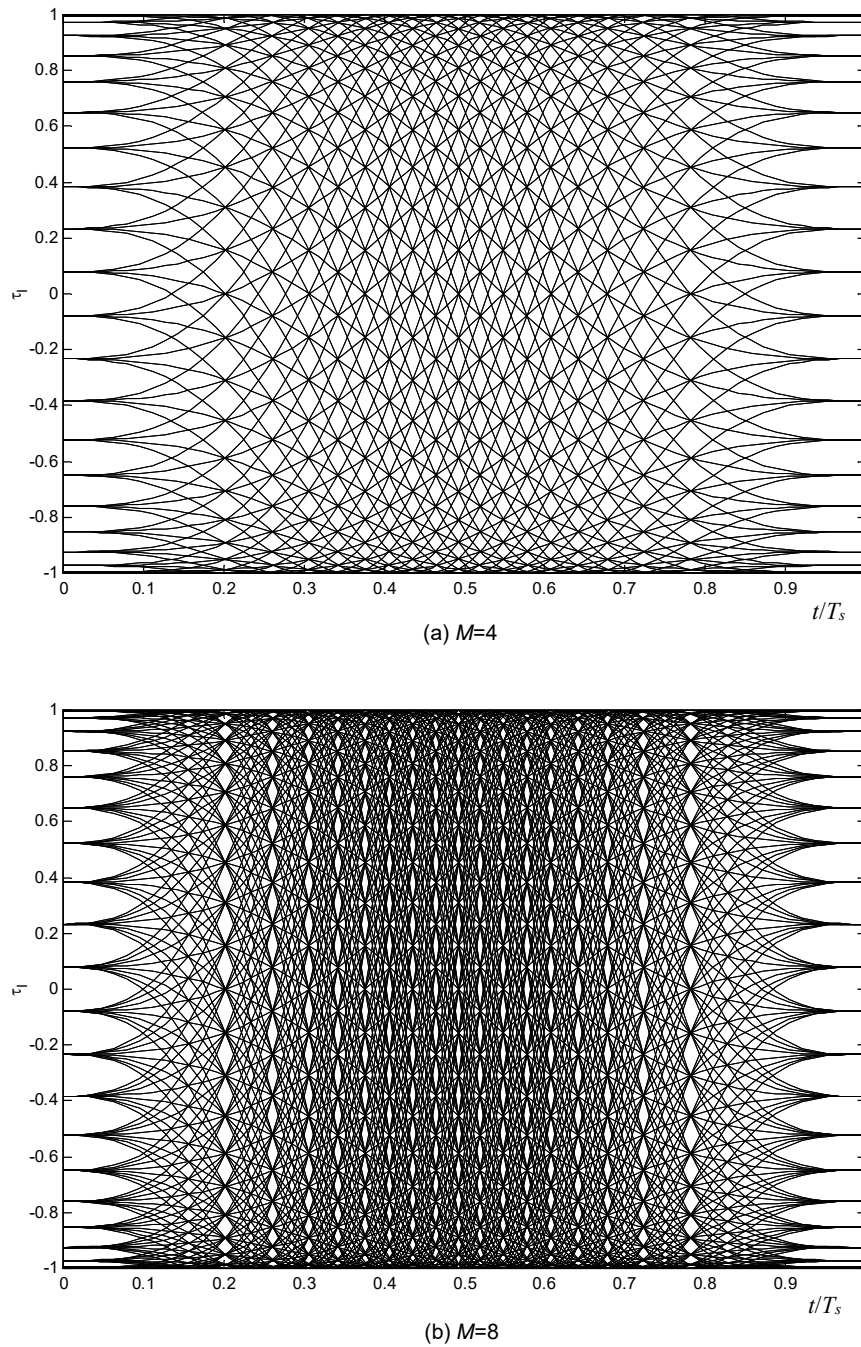


Figura 5.4: Transições de fase η para os esquemas 1RC com $h=9/20$.

5.1.5 – Efeito da amostragem na recepção óptima

Nesta secção mostra-se o efeito no número de amostras, K_s , por símbolo de canal, γ .

Nas figuras desta secção, assim nas figuras das secções seguintes, optou-se por incluir sempre quer a curva de desempenho da transmissão antipodal, quer a curva proposta por Murota para a MSK, com

$$d_{\min}^2 = 1.7 \text{ [MuHi81]}.$$

A diminuição do número de amostras afecta mais o desempenho quando a dimensão do EW é mais reduzida e insuficiente para aproximar o espaço dos sinais CPM pelo EW. Isto poderá dever-se à maior necessidade de rigor no calculo das integrações F , sob pena do erro se de propagar de forma amplificada durante a obtenção das métricas a partir das projecções, segundo (4.38).

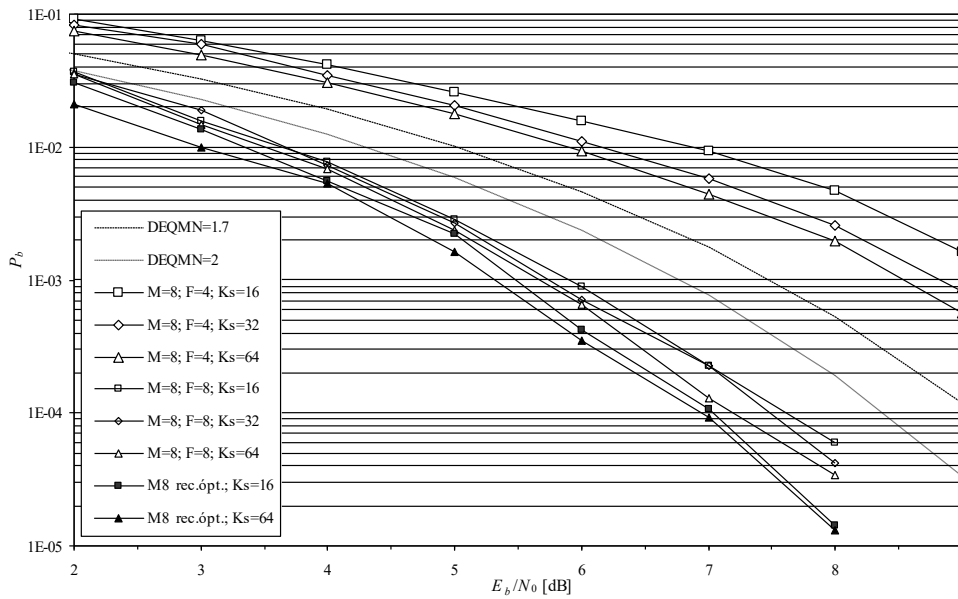


Figura 5.5: Análise da influência de K_s no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$, com $M=8$.

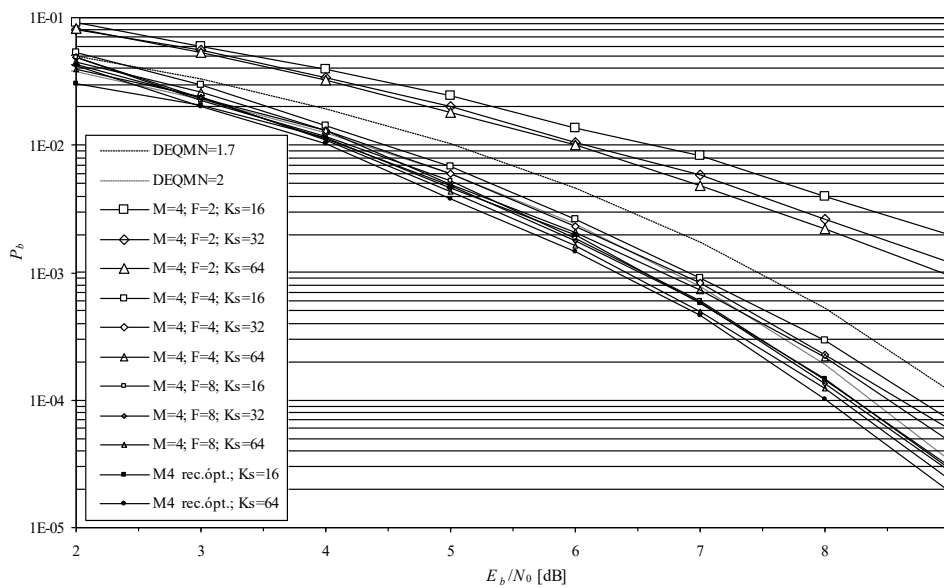


Figura 5.6: Análise da influência de K_s no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$, com $M=4$.

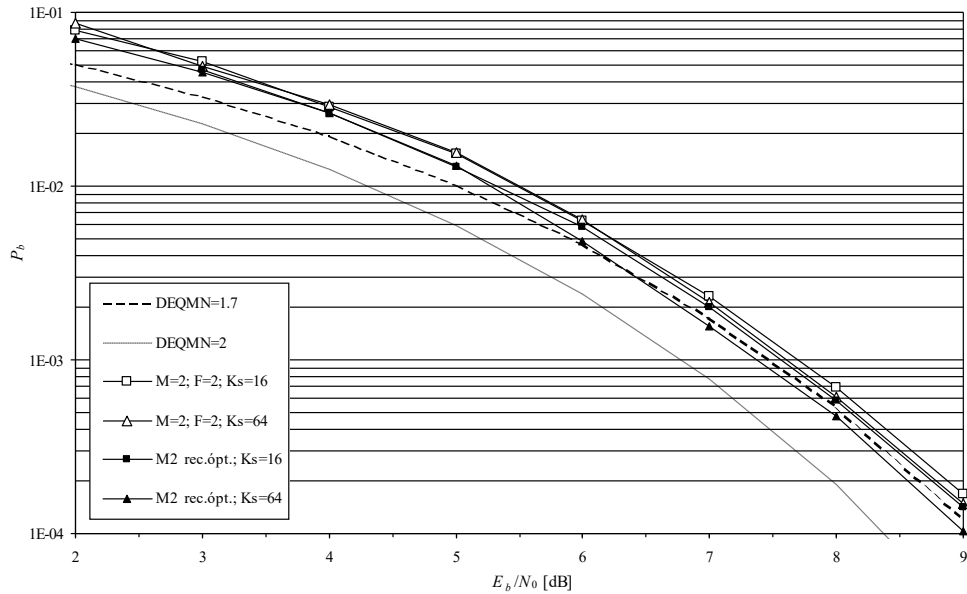


Figura 5.7: Análise da influência de K_s no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$, com $M=2$ no receptor ótimo e no sub-ótimo com $F=2$.

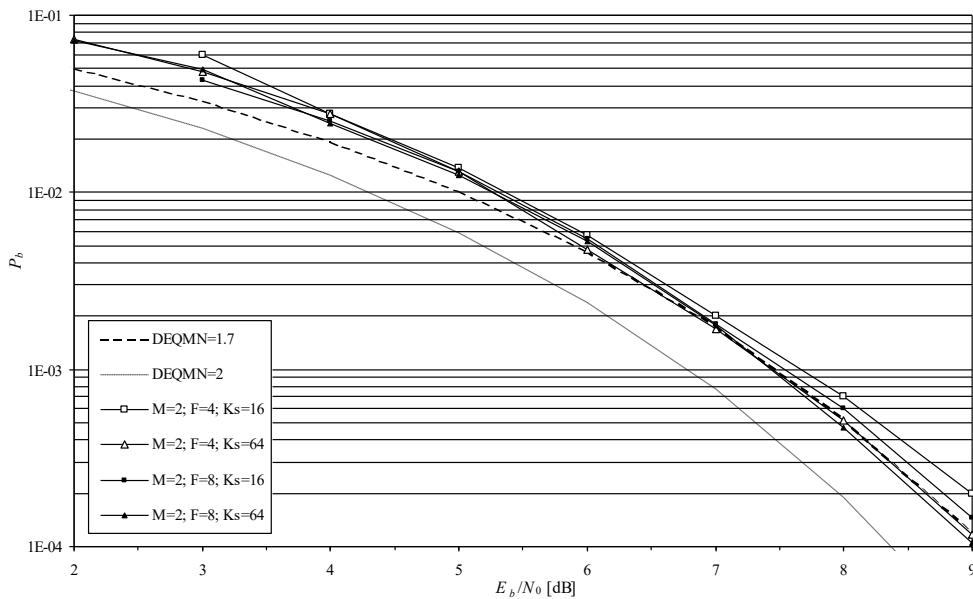


Figura 5.8: Análise da influência de K_s no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$, com $M=2$ no receptor sub-ótimo com $F=4$ e $F=8$.

Na Figura 5.7 observa-se que a recepção sub-ótima da MSK é muito pouco afectada em face da variação de K_s entre 16 e 64. Com o receptor sub-ótimo a penalização devida à diminuição de K_s de 64 para 16 já é visível, porém é <0.3 dB. Observa-se também que apenas com $F=2$ o receptor sub-ótimo aproxima muito bem o desempenho do receptor ótimo. Esta conclusão será melhor suportada

na secção seguinte.

Os resultados obtidos e reunidos nas figuras desta secção extrai-se que o valor mínimo de amostras por símbolo que permite efectuar uma simulação em tempo discreto de forma a aproximar bem o caso contínuo em todas as situações é $K_s=64$.

5.1.6 – Análise da dimensão do espaço de Walsh

Nas figuras seguintes apresentam-se os resultados do comportamento dos esquemas $h=1/2$ em função da dimensão F das funções da Walsh, sendo comparados com os respectivos receptores óptimos.

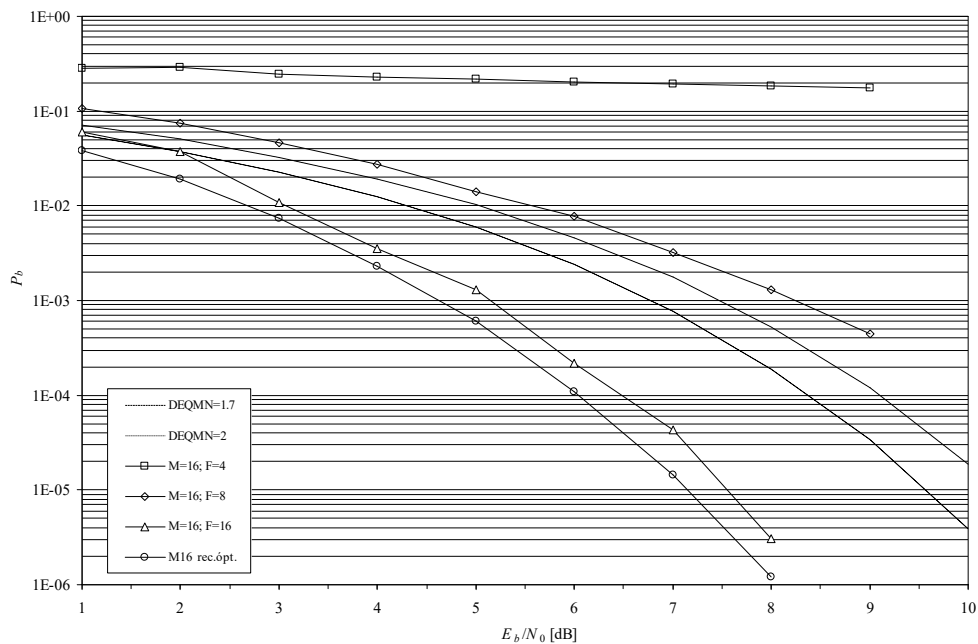


Figura 5.9: Análise da influência da dimensão do espaço de Walsh no desempenho com AWGN do esquema 1REC, $h=1/2$, $M=16$.

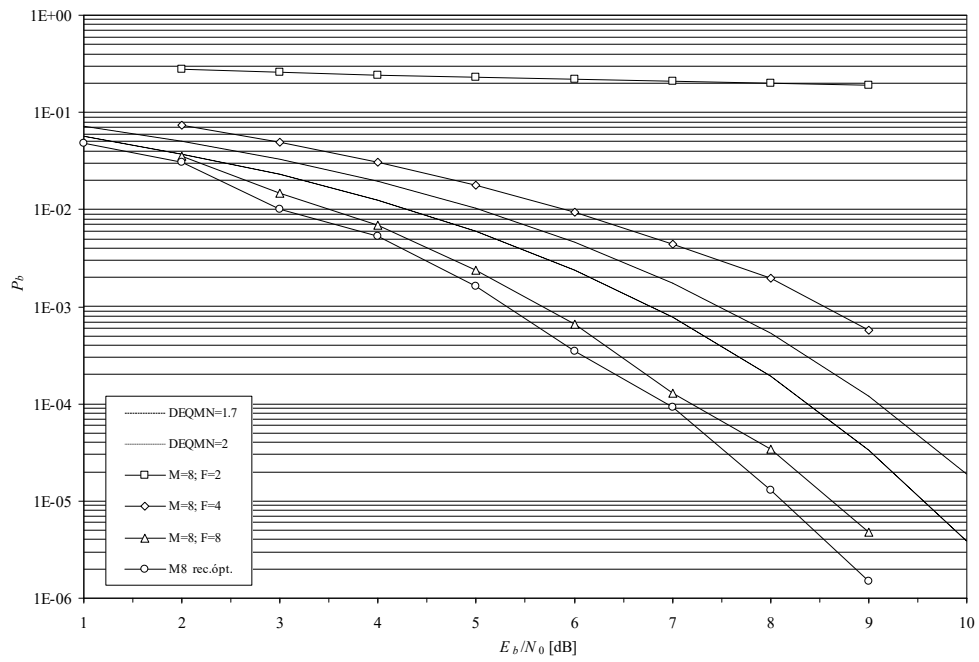


Figura 5.10: Análise da influência da dimensão do espaço de Walsh no desempenho com AWGN do esquema 1REC, $h=1/2$, $M=8$.

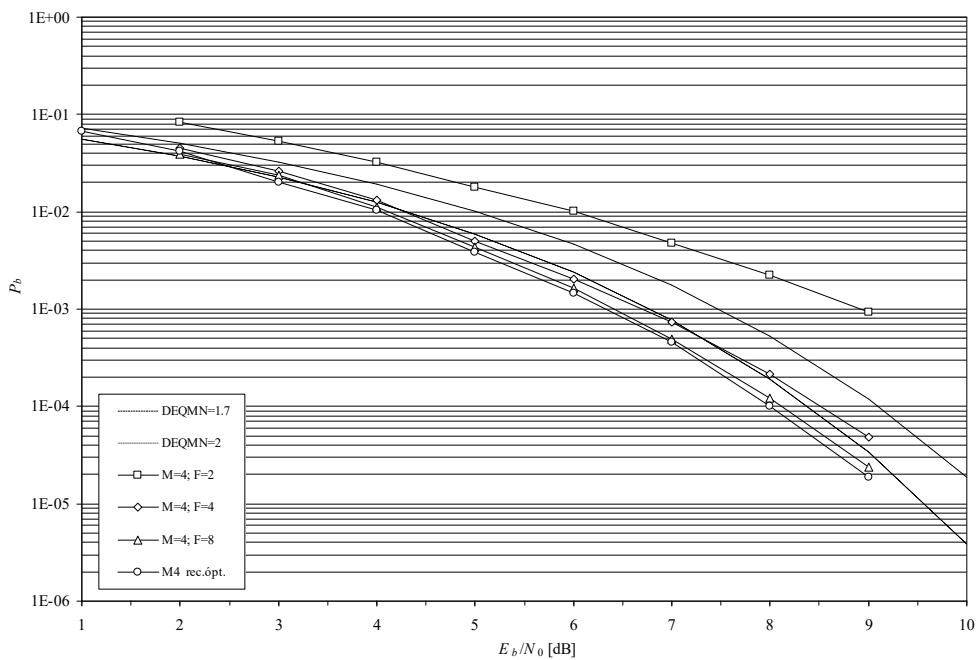


Figura 5.11: Análise da influência da dimensão do espaço de Walsh no desempenho com AWGN do esquema 1REC, $h=1/2$, $M=4$.

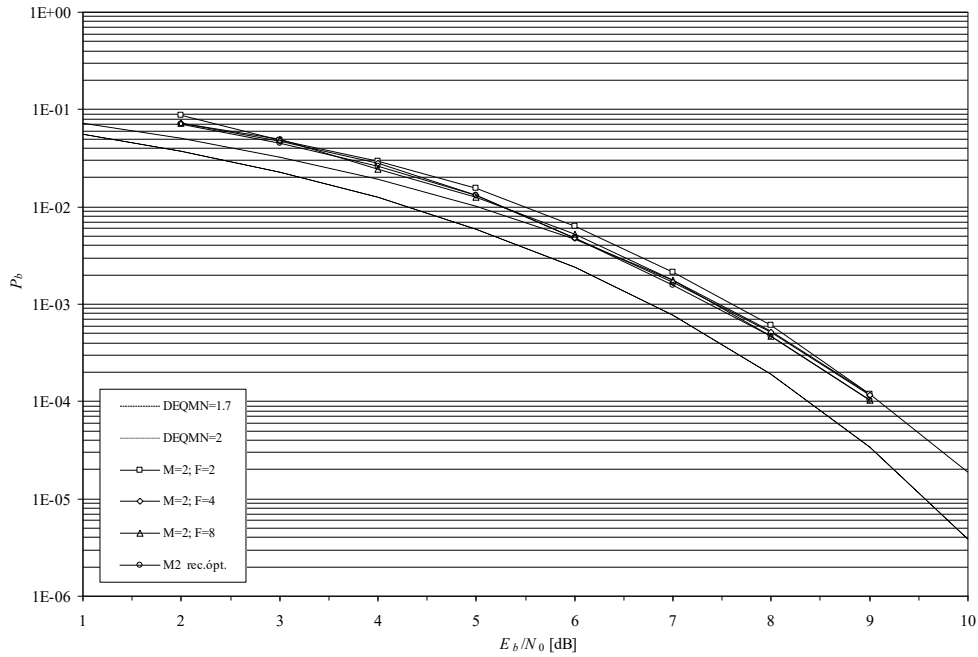


Figura 5.12: Análise da influência da dimensão do espaço de Walsh no desempenho com AWGN do esquema 1REC, $h=1/2$, $M=2$ (MSK).

Os resultados mostram que apenas com um espaço de Walsh de dimensão 2 é possível fazer uma detecção da MSK que se afasta do desempenho óptimo em apenas 0.2 dB. O aumento de F para 4 ou 8 não permite distinguir os resultados dos obtidos com o receptor óptimo (métricas por correlação).

Para alguns valores de E_b/N_0 existem incongruências como por exemplo uma probabilidade de erro obtida com $F=8$ ser ligeiramente menor que a da simulação sem projecção no EW. Esses resultados são explicáveis pela variância que existe nos pontos da BER obtidos por simulação.

Foram feitas comparações exaustivas entre os valores das métricas incrementais $\Lambda_{I,i}$ e $\Lambda_{Q,i}$ obtidas com o EW e os valores dessas métricas quando obtidas directamente através das correlações com as transições $\tau_{I,b}$ e $\tau_{Q,b}$ tendo sido verificado que a diferença entre os valores era sempre inferior a 5% dos seus valores absolutos. Durante essa análise verificou-se também que os valores entre as métricas acumuladas nos dois estados sobreviventes com as maiores métricas são quase sempre muito próximos. Por este motivo um pequeno alargamento do intervalo de erro do cálculo das métricas pode prejudicar bastante a selecção da sequência estimada.

As figuras precedentes permitem também ver que os esquemas com $h=1/2$ que são catastróficos (cf. Figuras 3.14, 3.15 e 3.16) apresentam ganhos face à MSK. Observa-se que os ganhos com $M=4$, 8 e 16 são respectivamente ≈ 1 dB, ≈ 2 dB e ≈ 3 dB. Tal é justificável pelo facto da constante multiplicativa que afecta a expressão (2.28b) ser menor que a unidade, que é normalmente assumida.

Na Figura 5.13 e na Figura 5.14 são mostrados os resultados para os esquemas com $h=9/20$. Os ganhos (referidos à MSK) previstos através da DEQMN dos esquemas (cf. Tabela 3.4) com recepção óptima são nesta tese confirmados pela primeira vez por via de simulação. Obteve-se $G \approx 2.6$ dB para $M=4$ e $G \approx 4.3$ dB para $M=8$.

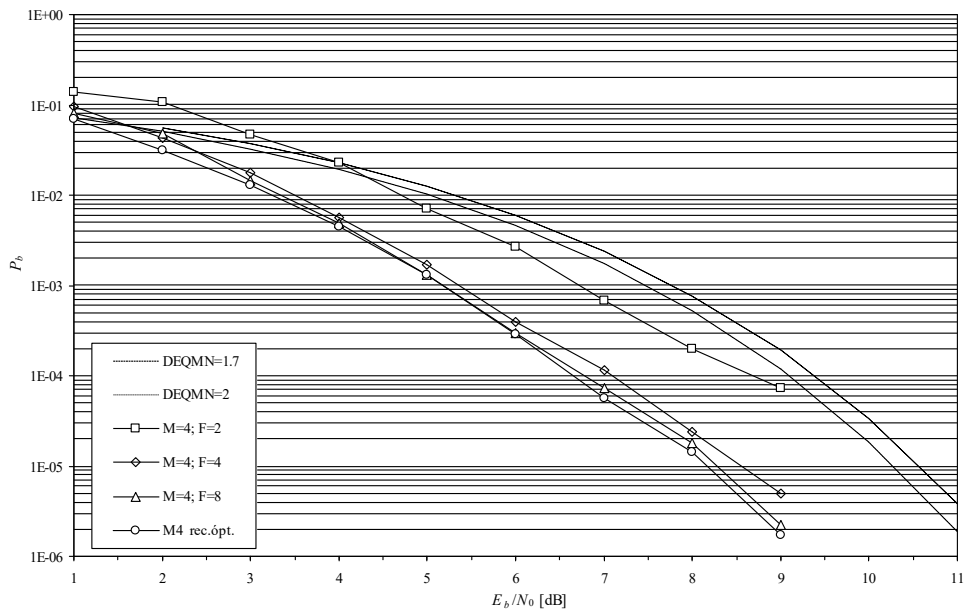


Figura 5.13: Análise da influência da dimensão do espaço de Walsh no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=9/20$, $M=4$.

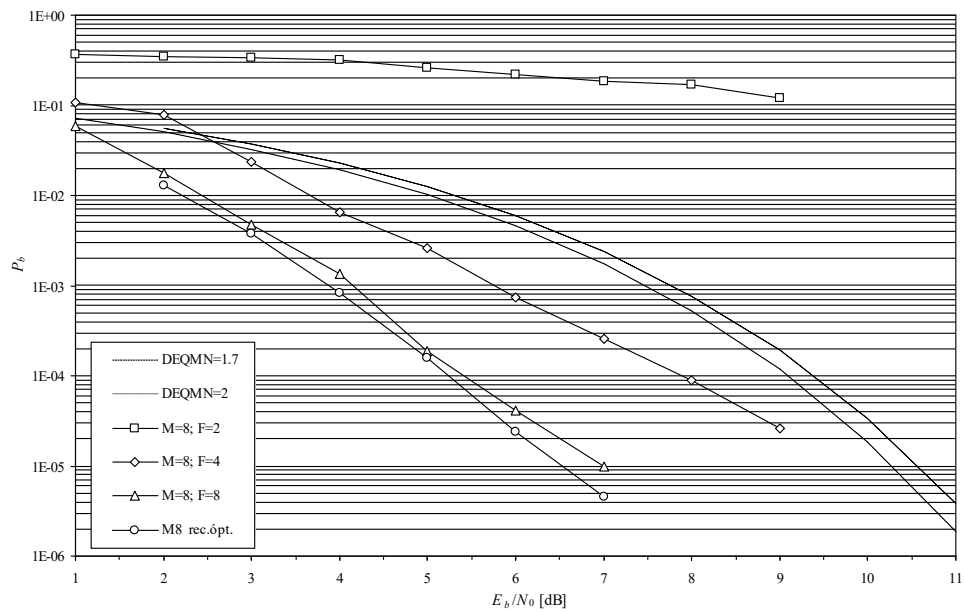


Figura 5.14: Análise da influência da dimensão do espaço de Walsh no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=9/20$, $M=8$.

A principal conclusão que se retira da análise de todas as figuras desta secção é que a dimensão mínima do EW é sempre precisamente o valor da M -aridade aplicada, ou seja, deve ter-se $F \geq M$. À medida que M aumenta o cumprimento dessa condição torna-se mais imperativo: verifica-se um crescimento muito rápido das perdas para $F < M$, quando M cresce. Isso é explicável pelo facto do aumento de M permitir a existência de transições de fase mais abruptas e logo sinais s_I e s_Q com maiores oscilações. O caso de $M=16$ com $F=2$ não foi representado na Figura 5.9 uma vez que conduzia a resultados semelhantes com $F=4$ (representados na mesma Figura 5.9) e semelhantes também ao caso com $M=8$ e $F=2$ (representado na Figura 5.10), mostrando que a detecção é feita com uma P_b próxima de 0.5.

O processo de integração segmentada, descrito pela expressão (4.33) foi implementado e testado no simulador. Embora esse método tenha vantagens em termos de implementação em hardware (DSP), tal como foi explicitado na Secção 4.4.3, verificou-se que a sua implementação em Matlab conduz a tempos de simulação superiores ($\approx 20\%$) devido ao uso de um ciclo “FOR” respeitante aos F segmentos das funções de Walsh.

Este método de obtenção das métricas já foi testado em [TaSh00] para os esquemas 3RC com $M=8$ e h variável, tendo sido também verificado que a penalização diminui com a diminuição do índice de modulação, o que é compreensível pelo facto de as transições serem mais suaves (sinais mais constantes) e logo o EW aproximar bem o espaço original dos sinais. Mesmo usando apenas o conjunto de funções de ordem $k=2$, i.e., $w_{4,j}$, a perda no desempenho cifra-se sempre abaixo de 0.5 dB. Para $F=4$ a perda é sempre inferior a de 0.2 dB e quando $F=8$ a perda é sempre inferior a 0.1 dB para esquemas com $h < 0.7$. Resultados semelhantes já haviam sido verificados noutros esquemas de resposta parcial quaternários ($M=4$) com impulsos GMSK com $L=5$ e 6 , $h=1/4$, $1/5$ e $1/6$ [SvSv99a].

5.1.7 – Quebra de simetria no espaço de fases

Nesta secção apresenta-se o estudo efectuado sobre a influência no desempenho dos erros de fase constantes $\Delta\phi$.

Para além do erro cometido no cálculo das métricas dos estados fundamentais, a quebra de simetrias implica a introdução de mais erros durante o processo de replicação de métricas uma vez que a correlação entre os sinais desaparece com o aumento de $\Delta\phi$.

A Figura 5.15 mostra o surgimento da falta de simetrias entre as transições para um esquema 1RC quaternário de $h=1/2$. As transições com $\Delta\phi=0$ foram mostradas na Figura 5.3(b).

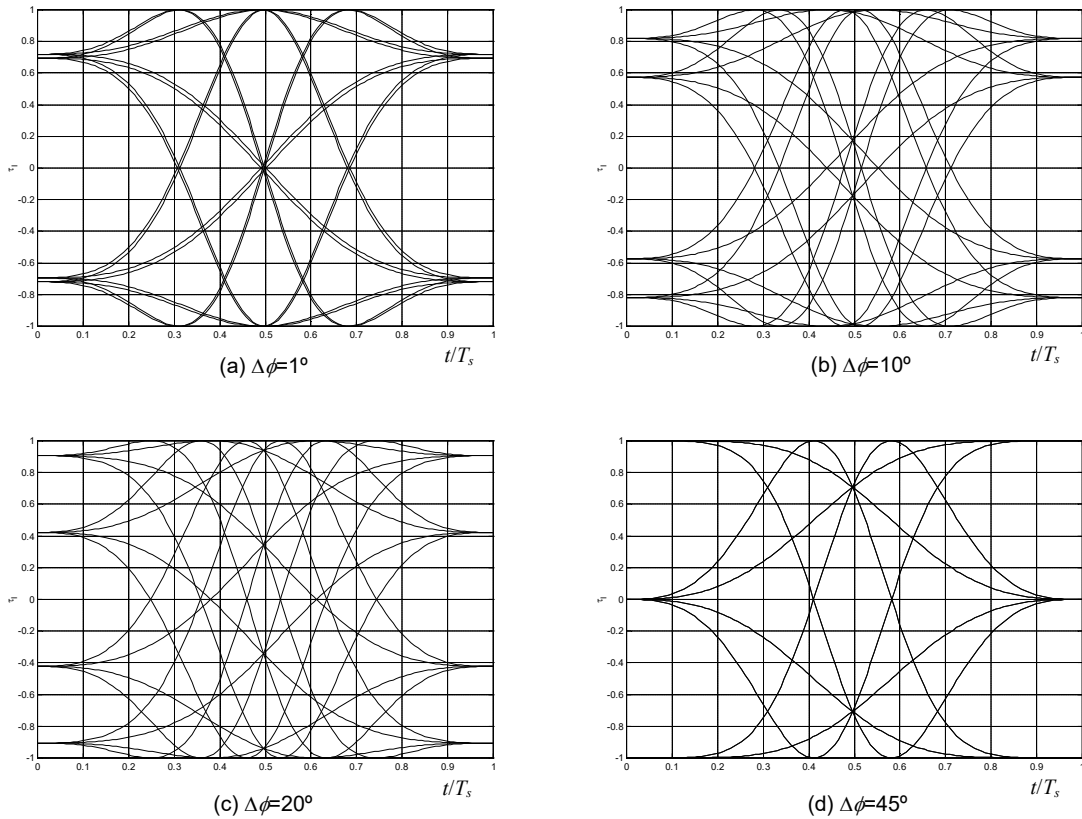


Figura 5.15: Quebra de simetria entre as transições no caso do esquema 1RC, $M=4$, $h=1/2$ em presença de uma rotação de fase.

Nas figuras seguintes apresentam-se os desempenhos obtidos, para os esquemas de teste ($h=1/2$) e para os esquemas propostos ($h=9/20$), em presença de um erro de fase constante. Mostram-se resultados até $\Delta\phi=20^\circ$.

As figuras apresentadas mostram que o erro de sincronismo constante introduz uma penalização de potência mais grave à medida que M diminui. No caso binário tem-se uma perda que se eleva a ≈ 2 dB para $\Delta\phi=20^\circ$ e ≈ 1.5 dB para $\Delta\phi=15^\circ$ (c.f. Tabela 4.1).

Analisando estes esquemas de $h=1/2$ com vários outros valores de erro de fase verificou-se que erros de fase simétricos em torno de $\pi/4$ originam exactamente os mesmos efeitos. Em $\Delta\phi = \pi/4$ ocorre a maior degradação do desempenho, sendo a detecção caracterizada por um valor de P_b próximo de 0.5.

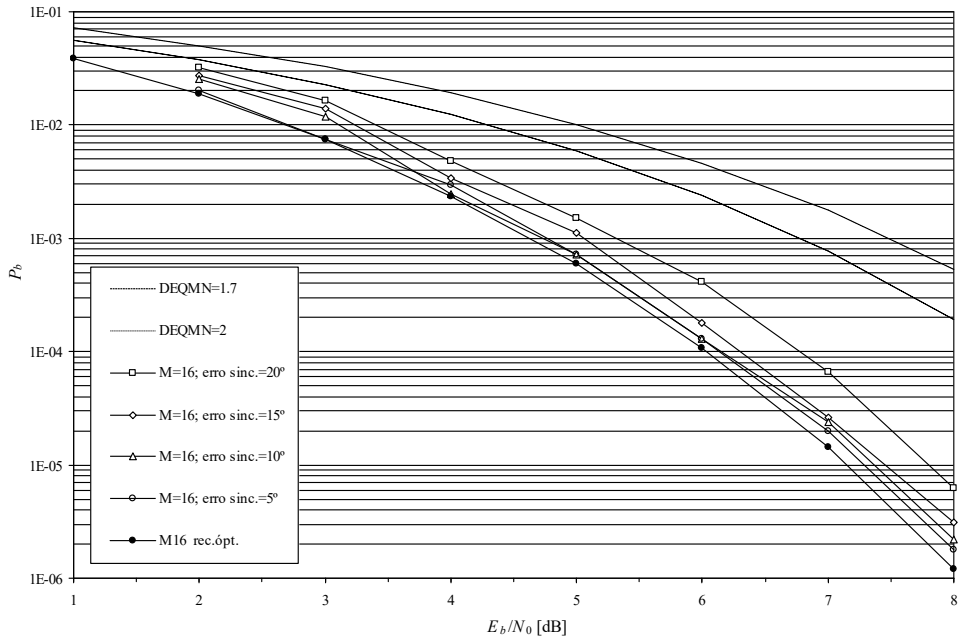


Figura 5.16: Análise da influência do erro de fase no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$ com $M=16$.

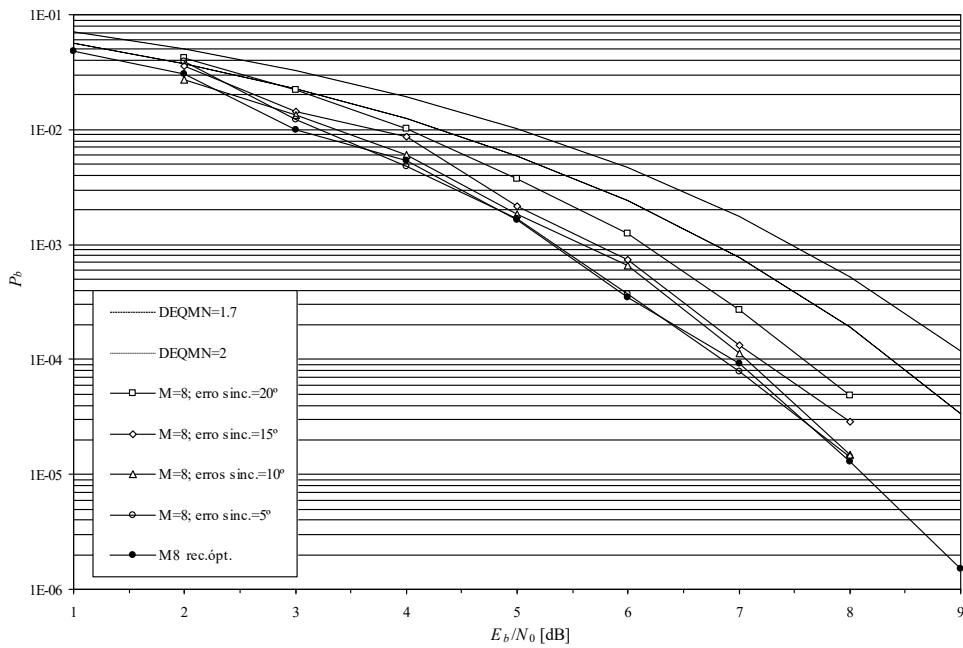


Figura 5.17: Análise da influência do erro de fase no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$ com $M=8$.

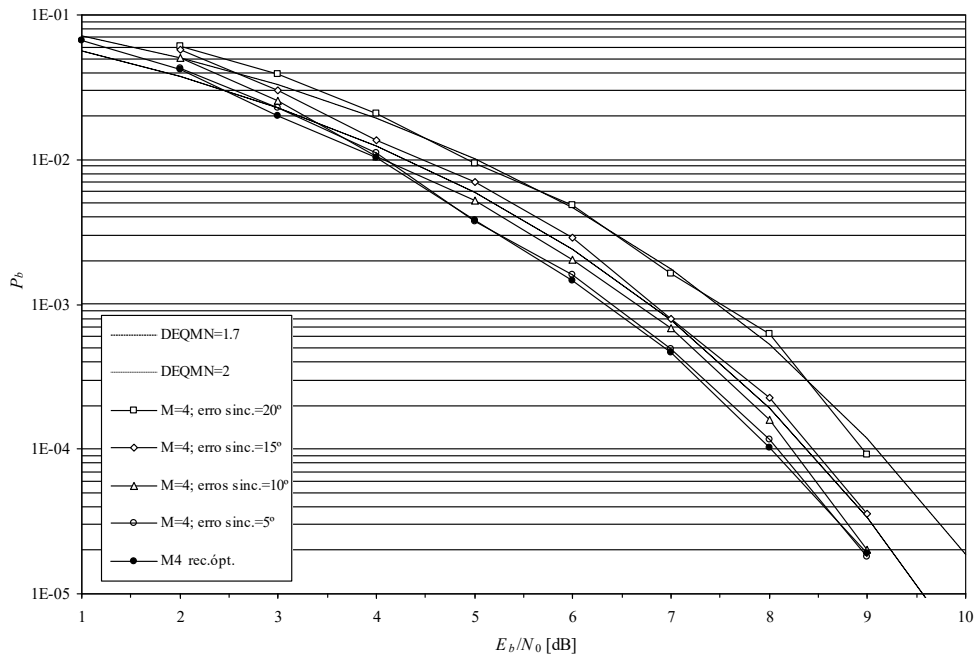


Figura 5.18: Análise da influência do erro de fase no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$ com $M=4$.

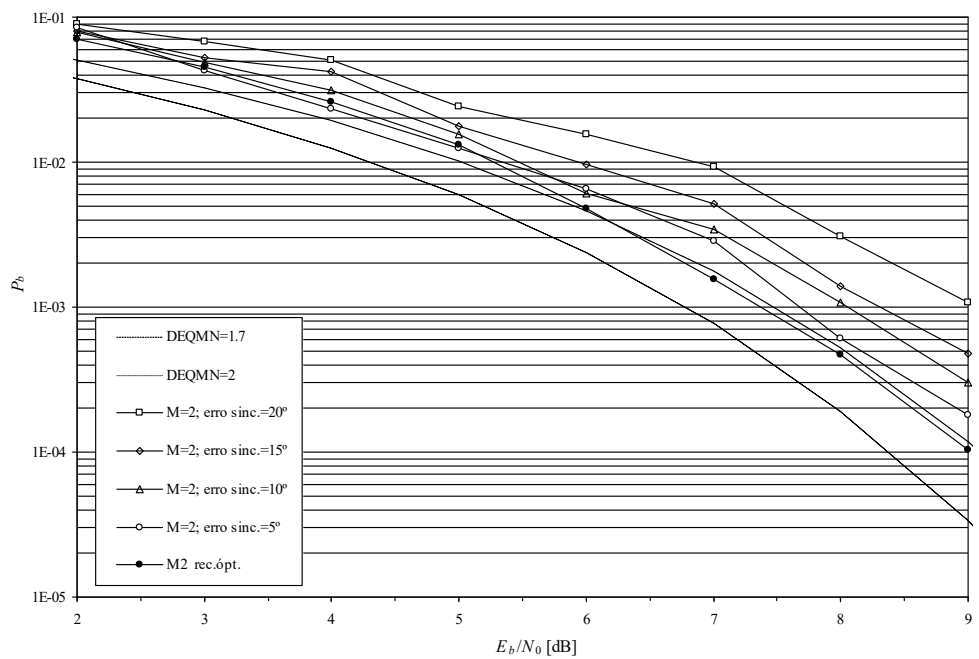


Figura 5.19: Análise da influência do erro de fase no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$ com $M=2$.

Em seguida apresentam-se os resultados obtidos para os esquemas com $h=9/20$.

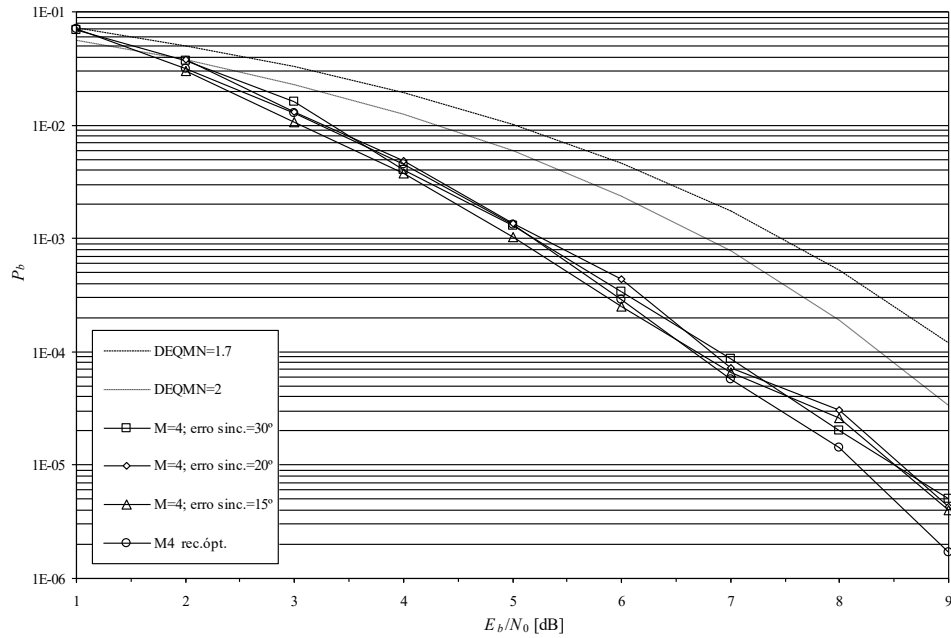


Figura 5.20: Análise da influência do erro de fase no desempenho com AWGN do esquema 1REC, $h=9/20$ com $M=4$.

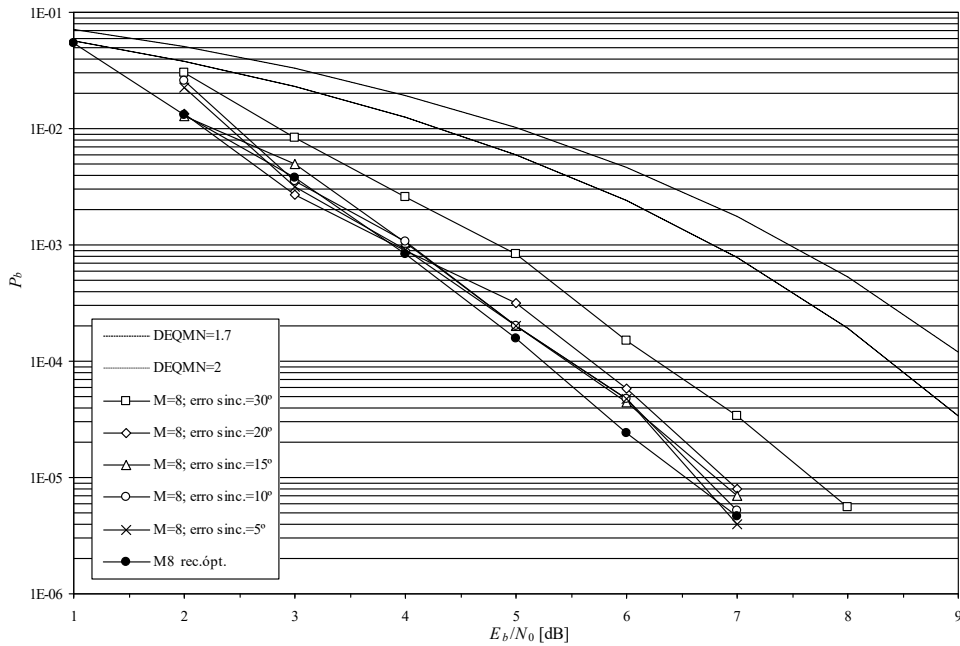


Figura 5.21: Análise da influência do erro de fase no desempenho com AWGN do esquema 1REC, $h=9/20$ com $M=8$.

A análise dos esquemas $h=9/20$, com $S=40$ estados, o efeito do erro de fase constante é menos grave do que nos esquemas com $S=4$ (cf. Figura 5.21 com as 4 figuras anteriores). Com $h=9/20$ mostram-se resultados variando $\Delta\phi$ até 30° .

Uma variação de $\Delta\phi$ para outros valores permitiu detectar que em $\Delta\phi = 40.5^\circ$, ou seja $\Delta\phi = (9/20)\pi/2$ ocorre o máximo da penalização, sendo P_b próxima de 0.5.

Os resultados mostrados nas figuras desta secção, assim como a análise de outros $\Delta\phi$, quer com $h=9/20$ quer com $h=1/2$, permitem afirmar que, com o algoritmo criado, o erro máximo na geração das Ξ métricas (i.e., o pior desempenho) ocorre quando $\Delta\phi = h\pi/2$, sendo periódico em $h\pi$. Desvios da fase simétricos em torno de $\Delta\phi = nh\pi/2$ conduzem aos mesmo desempenhos.

5.1.8 – Efeito da redução de estados

Nesta secção apresentam-se o estudo realizado para determinar a tolerância do receptor face à redução do número de percursos sobreviventes armazenados. Como nas secções precedentes, o estudo inicia-se com os esquemas catastróficos e depois analisam-se os dois esquemas óptimos seleccionados.

Nos esquemas com $h=1/2$ verifica-se que apenas quando só se propaga um só dos 4 caminhos possíveis ($B=1$) se tem uma degradação significativa do desempenho. Isso sucede para qualquer uma das quatro M -aridades consideradas.

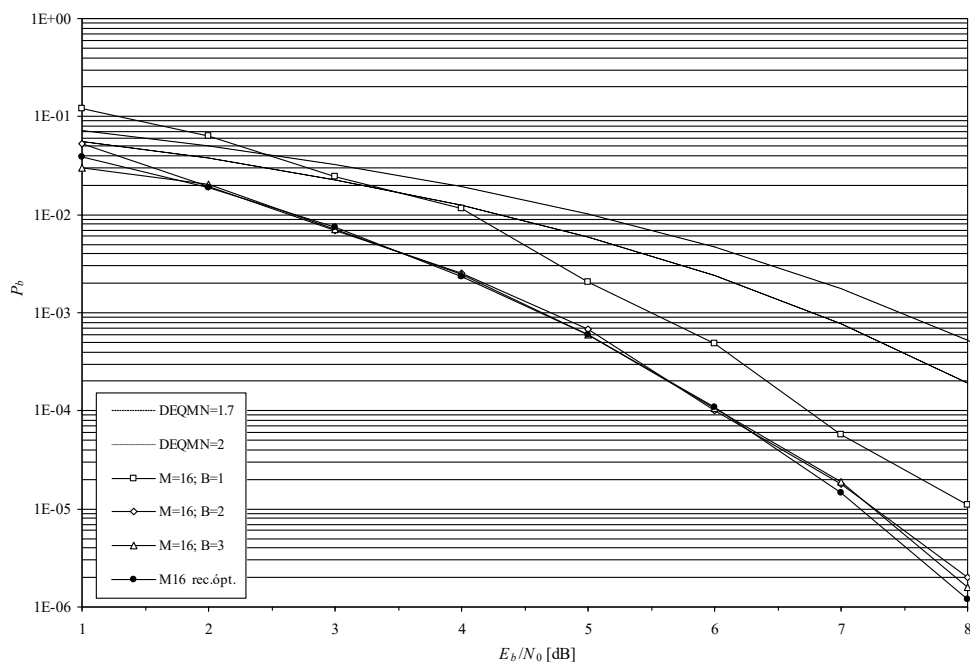


Figura 5.22: Análise da influência da redução de estados no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$ com $M=16$.

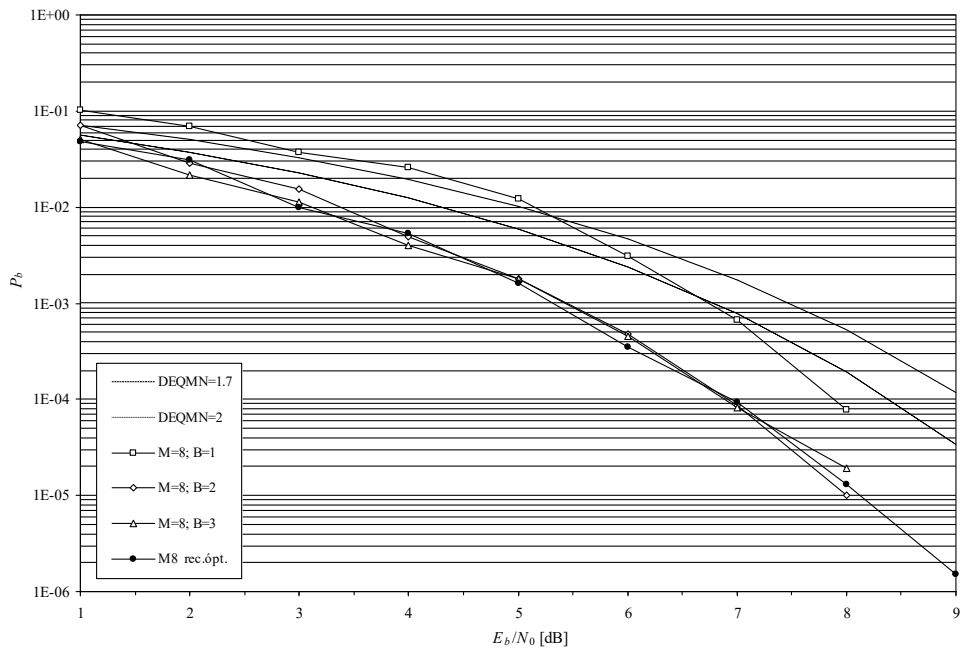


Figura 5.23: Análise da influência da redução de estados no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$ com $M=8$.

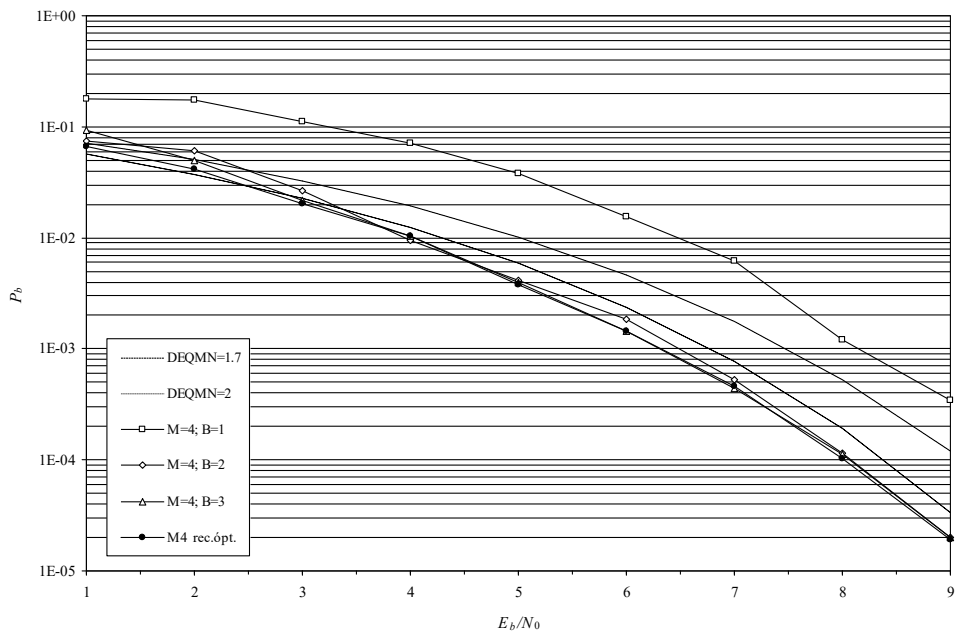


Figura 5.24: Análise da influência da redução de estados no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$ com $M=4$.

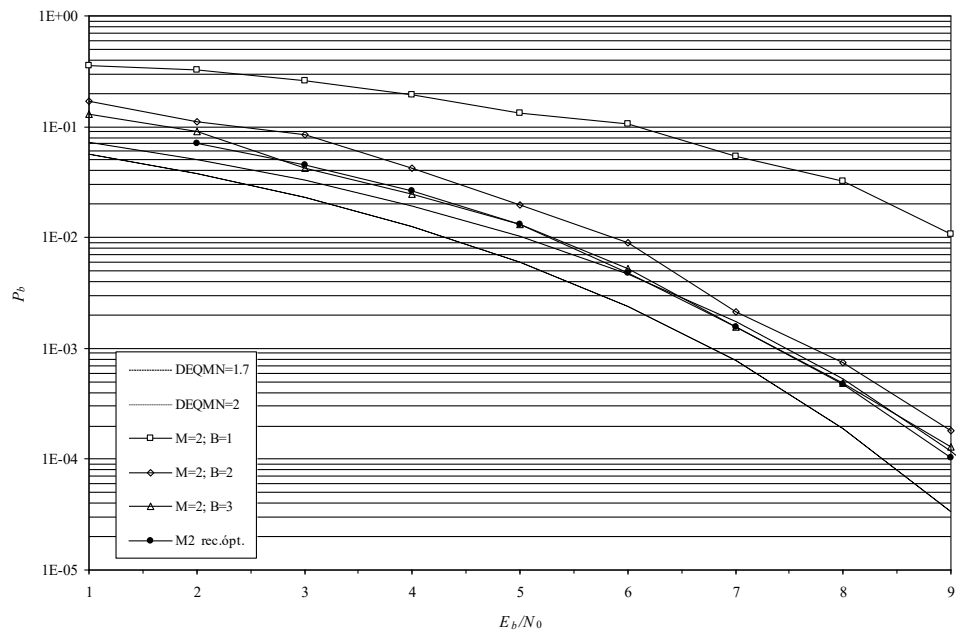


Figura 5.25: Análise da influência da redução de estados no desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=1/2$ com $M=2$.

Na Figura 5.26 e na Figura 5.27 apresentam-se os resultados para os esquemas $h=9/20$ para $M=4$ e $M=8$ respectivamente.

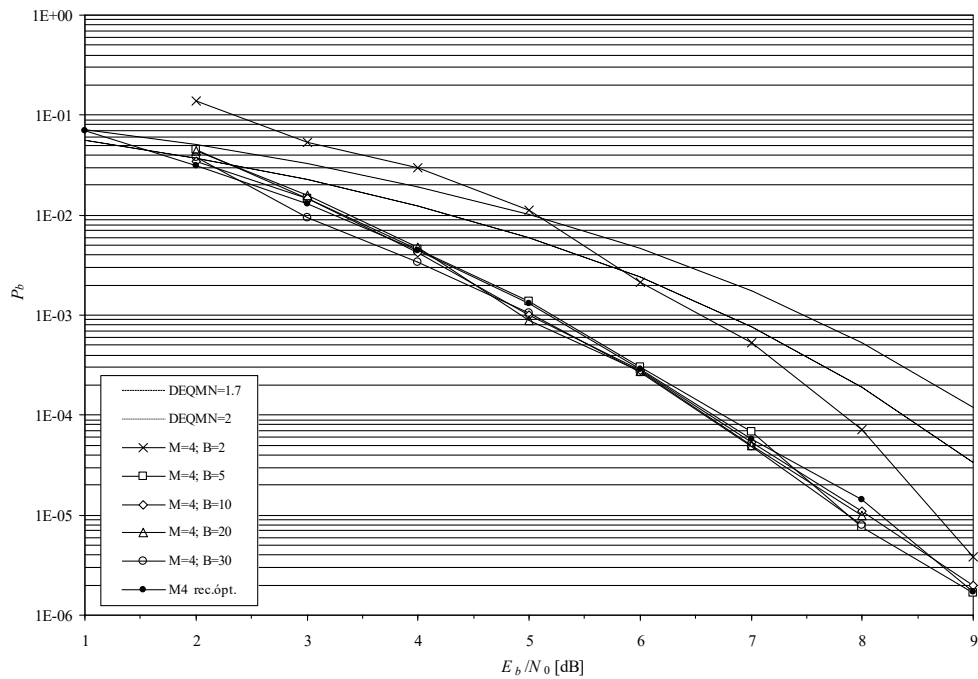


Figura 5.26: Análise da influência da redução de estados no desempenho com AWGN do esquema 1REC, $h=9/20$ com $M=4$.

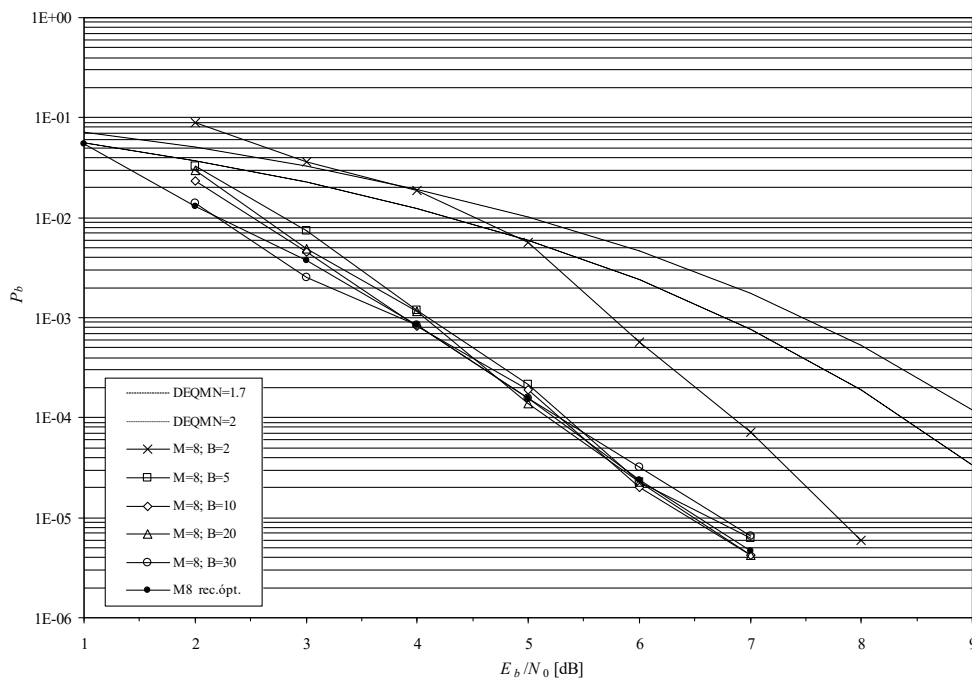


Figura 5.27: Análise da influência da redução de estados no desempenho com AWGN do esquema 1REC, $h=9/20$ com $M=8$.

Nos esquemas com $h=9/20$ (com 40 estados) verifica-se que se pode reduzir B até um valor tão baixo como $B=5$ introduzindo uma perda de menos de 0.5 dB em qualquer dos dois esquemas seleccionados ($M=4$ e $M=8$).

Foi observado também que para valores de $B < 4$ (que não são mostrados), a degradação sobe drasticamente, isto é, é mais provável que o caminho mais próximo do caminho correcto (ou ele próprio) deixe de estar entre os sobreviventes.

Durante a concepção do simulador verificou-se que o $SA(B,C)$ é computacionalmente mais pesado que o AV quando B é próximo do seu valor máximo S (sendo $C=1$). Tal deve-se ao peso que tem a procura da localização dos B caminhos sobreviventes. Note-se que no AV sabe-se *a priori* que em todos os estados há um caminho sobrevivente a considerar na iteração seguinte, dispensando essa procura.

5.2 – O receptor proposto

Após estudar o impacto isolado de cada uma das simplificações introduzidas no receptor, mostra-se agora o efeito da sua concatenação na recepção dos esquemas com $h=9/20$ e $M=8$ ou $M=4$. Os receptores sub-óptimos usados são os definidos pelos os parâmetros mínimos que obedecem às regras encontradas com o estudos das secções anteriores para os esquemas catastróficos, isto é, aplicando

$F=B=M$. Na Figura 5.28 esses resultados são comparados com os obtidos com os respectivos receptores óptimos.

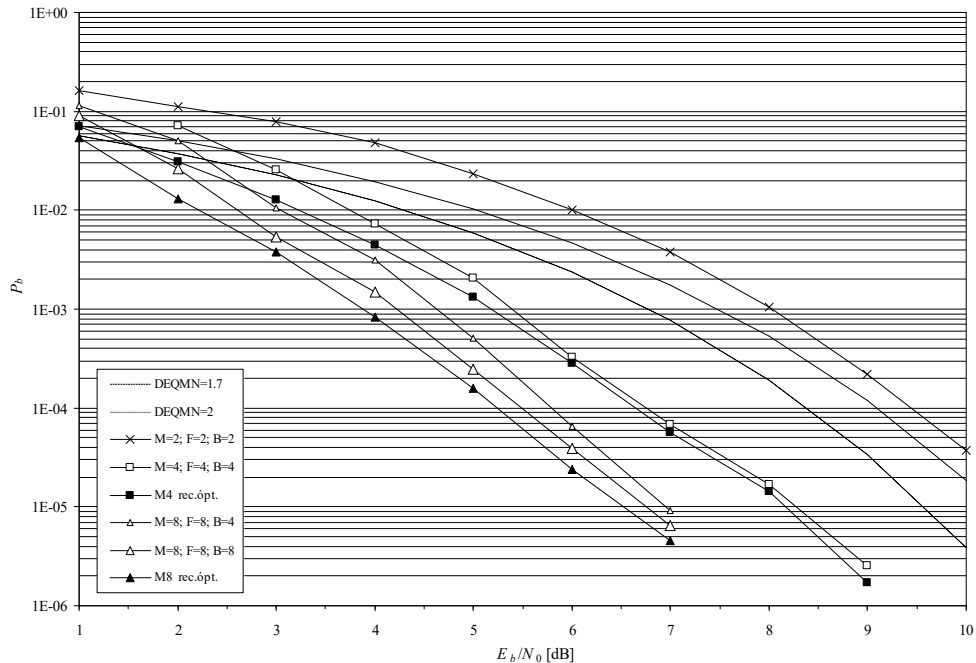


Figura 5.28: Desempenho com AWGN dos esquemas 1REC, $h=9/20$ com $M=4$ e $M=8$ usando as três simplificações propostas.

Verifica-se que os receptores sub-óptimos concebidos são quase óptimos: no caso quaternário o desempenho é apenas ≈ 0.1 dB pior do que o respectivo receptor óptimo. No caso de $M=8$ a perda é de < 0.3 dB. Se para esse esquema se usar um receptor ainda mais simples, apenas com $B=4$, essa degradação fica mesmo assim em apenas ≈ 0.5 dB. Na Figura 5.28 também se apresenta o desempenho do receptor sub-óptimo que se propõe para a MSK, verificando-se que a penalização introduzida pela recepção sub-óptima é somente ≈ 0.4 dB.

5.3 – Canais rádio: o desvanecimento

Quando a propagação no canal rádio é feita por difracção e reflexão no meio físico (construções e solo) existem alterações temporais e espaciais no canal rádio que liga a estação base ao móvel, i.e., desvanecimento. As alterações podem dever-se à mudança de posição do móvel quando possui uma velocidade v relativamente à estação base², ou devido a alterações nos parâmetros electromagnéticos do meio. O desvanecimento pode ser separado em *lento* (ou *log-normal*), *ri*, e *rápido* (ou *de Rayleigh*),

² Rigorosamente o versor da velocidade, \hat{u}_v , é tangente à geodésica que liga a estação base ao móvel.

r_R , sendo a sua contribuição para a envolvente $s(t)$ da forma:

$$s(t) = r_I(t) \cdot r_R(t) \cdot e^{j2\pi\Psi(t)}. \quad (5.23)$$

$\Psi(t)$ é a fase instantânea do desvanecimento. Esta é adicionada à fase do sinal emitido, sendo por isso muito importante quando o sinal é da forma CPM. Ver-se-á que a sua estimação e compensação é imprescindível em ambientes sem fios com desvanecimento Rayleigh. Pelo contrário, a amplitude do desvanecimento tem efeitos menos dramáticos.

Uma caracterização mais detalhada do desvanecimento em canais rádio é feita em [Skla97a, Pras98-Cap.2, GIVu97-Sec.5.5] e as técnicas existentes para compensação do seu efeito são expostas em [Skla97b].

Os futuros sistemas rádio de alto débito irão localizar-se na banda dos 40 GHz ou mesmo superiores. A propagação a essas frequências pode ser estudada recorrendo a técnicas de óptica geométrica uma vez que o mecanismo de difracção é desprezável. O caso particular desse tipo de sistemas é resumidamente descrito em [Dini01-Apêndice].

5.3.1 – Desvanecimento lento

O desvanecimento lento deve-se à variação temporal dos parâmetros electromagnéticos do meio e à variação espacial do perfil do terreno. Existe uma correlação entre esse perfil e a média local do desvanecimento lento [Lee93-Sec.1.3]. Essa média local é tipicamente calculada numa janela espacial de 40 comprimentos de onda (λ) [Pras98-p.32].

A estatística que descreve o desvanecimento lento é a log-normal. Esta corresponde à distribuição de uma variável aleatória (VA) que possua uma função densidade de probabilidade (fdp) gaussiana para o seu logaritmo neperiano.

A mudança de variável de uma distribuição tem de observar

$$p_Y(y) \frac{dy}{dx} = p_X(x). \quad (5.24)$$

Desta forma , a conversão

$$y = 20 \log(x) = \frac{20}{\ln 10} \ln(x) \quad (5.25)$$

implica

$$p_Y(y) \frac{20}{\ln(10)} \frac{1}{x} = p_X(x). \quad (5.26)$$

A distribuição log-normal pode então ser escrita na forma

$$p(x) = \frac{20}{\sqrt{2\pi}\sigma_{[dB]}\ln 10} \frac{1}{x} \exp\left(-\frac{(20\log(x) - \mu_{[dB]})^2}{2\sigma_{[dB]}^2}\right). \quad (5.27)$$

A distribuição de $\ln(x)$ é uma gaussiana pois, tendo em atenção a expressão (2.9), é fácil notar que

$$\ln(x) \sim N\left(\frac{\ln 10}{20} \mu_{[dB]}, \frac{\ln 10}{20} \sigma_{[dB]}\right). \quad (5.28)$$

sendo $N(\mu, \sigma)$ a distribuição gaussiana ou normal de média μ_x e desvio padrão σ_x .

5.3.2 – Desvanecimento rápido

O desvanecimento rápido deve-se à propagação multi-percurso. Este efeito traduz-se numa resposta impulsional do canal da forma (e.g [Rapp96-Sec.4.2, Pras96-Sec.5.2]):

$$h(t, \xi, \mathbb{R}) = \sum_{n=0}^{N_w-1} A_n(t, \xi, \mathbb{R}) \exp(j2\pi f_c \tau_n(\xi, \mathbb{R}) + \Phi(t, \xi, \mathbb{R})) \delta(t - \tau_n(\xi, \mathbb{R})) \quad (5.29)$$

onde f_c é a portadora e N_w é o número de raios que chegam ao receptor (ver Anexo J). A resposta depende do instante ξ de excitação e do ponto do espaço Π onde é sondada a resposta. Pressupõe-se uma excitação feita na origem das coordenadas. O n -ésimo raio chega com atraso $\tau_n(\xi, \Pi)$, amplitude $A_n(t, \xi, \Pi)$, atraso de fase devido à propagação em espaço livre de $2\pi f_c \tau_n$ e atraso de fase $\Phi_n(t, \xi, \Pi)$ devido a outros desvios de fase no canal. Considera-se em (2.11) que o número de percursos significativos é N_p .

A dependência com Π e ξ traduz respectivamente a variação espacial e temporal do canal. Se fizermos uma aproximação de estacionariedade e invariância espacial, pode-se reduzir (5.28) à sua expressão mais comum:

$$h(t) = \sum_{n=0}^{N_w-1} A_n(t) e^{j(2\pi f_c \tau_n + \Phi_n(t))} \delta(t - \tau_n). \quad (5.30)$$

A componente do sinal associada ao desvanecimento rápido tem uma envolvente, x , caracterizável por uma distribuição de Rayleigh com desvio padrão σ .

$$p_R(x) = \frac{x}{\sigma_R^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_R^2}\right). \quad (5.31)$$

Quando existe linha de vista, existe um raio directo com amplitude A_0 superior à dos restantes raios. A fdp que descreve a amplitude do sinal no móvel é uma distribuição de Rice (e.g [CCIR86]):

$$p_r(x) = \frac{x}{\sigma_r^2} I_0\left(\frac{A_0 x}{\sigma_r^2}\right) \exp\left(-\frac{x^2 + A_0^2}{2\sigma_r^2}\right) \quad (5.32)$$

em que I_0 é a função de Bessel modificada de ordem zero. Quando $A_0 \rightarrow 0$, (5.32) tende para (5.31), ou seja, tende para a estatística do caso em que nenhum raio é preponderante. Quando $A_0 \gg \sigma_r$, (5.32) tende para uma distribuição normal, ou seja para a situação de apenas desvanecimento lento (apenas raio directo).

Em tudo o que foi descrito nesta secção assumiram-se processos ergódicos [Papo84-Sec.9.5], ou seja as médias temporais (fáceis de obter experimentalmente) coincidem com as médias estatísticas das amostras: $E[x^n(t)] = \langle x^n(t_i) \rangle, \forall n$.

No Anexo J relaciona-se a distribuição de Rayleigh com a distribuição gaussiana simples e a distribuição de Rice com a gaussiana bivariável.

5.3.3 – Desvanecimento composto

A expressão que descreve a distribuição conjunta dos dois tipos de desvanecimentos descritos (envolvente do sinal) é a distribuição de Suzuki, dada por [Yaco93,Sec.7.7.2]

$$p_S(x) = \sqrt{\frac{\pi}{8\sigma^2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{10^{R_m/10}} \exp\left(-\frac{\pi x^2}{4 \times 10^{S/10}}\right) \cdot \exp\left(-\frac{(R_m - S_m)}{2\sigma^2}\right) dR_m, \quad x > 0 \quad (5.33)$$

com

R_m – média local em decibéis (média do desvanecimento rápido);

S_m – média da componente de desvanecimento log-normal em decibéis;

σ – desvio padrão em decibéis.

Quando σ é nulo, (2.32) simplifica-se para um caso com apenas desvanecimento de Rayleigh:

$$p_S(x) = \sqrt{2\pi} \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{x}{10^{S_m/10}} \exp\left(-\frac{\pi x^2}{4 \times 10^{S_m/10}}\right). \quad (5.34)$$

5.3.4 – Caracterização dos canais

Existem as seguintes relações entre as varias grandezas usadas para caracterizar os canais rádio (e.g. [Skla97a]):

- Espectro de Doppler [Hz] = TF { tempo de coerência [s]};
- Largura de banda de coerência [Hz] = TF {espalhamento do atraso [s]}.

O *tempo de coerência* é a o intervalo de tempo durante o qual se pode considerar que o desvanecimento é aproximadamente constante. Este valor é aproximadamente $1/f_{max}$. O *espalhamento do atraso*, σ_r , é uma medida efectuada sobre o *perfil de atraso de potência recebida*, isto é, do diagrama que representa a potência recebida em função do tempo de atraso, quando é emitido um impulso de Dirac.

Considerando a gama de frequências com correlação superior a 0.9, a largura de banda de coerência é aproximadamente [Pras98-p.54]

$$B_c = \frac{1}{50\sigma_r}. \quad (5.35)$$

Considerando a gama de frequências com correlação superior a 0.5, a largura de banda de coerência já será

$$B_c = \frac{1}{5\sigma_r}. \quad (5.36)$$

A classificação de um canal quanto à sua largura banda faz-se segundo:

$$\begin{cases} \text{Banda estreita, se } B_e \ll B_c \\ \text{Banda larga, se } B_e \gg B_c \end{cases} \quad (5.37)$$

A consideração de apenas desvanecimento uniforme, isto é multiplicativo, tal como definido em (5.23), só faz sentido em canais de banda estreita. Se tal não ocorrer terá de ser usado um modelo de canal com um desvanecimento que afecta de forma não uniforme as várias frequências do canal. Esses modelos baseam-se numa linha de atrasos que implementa a expressão (5.28) (e.g. [Pint98-Cap.5, Pars92-Cap.5]).

5.4 – Análise com desvanecimento

Irá testar-se o comportamento do receptor no caso de desvanecimento Rayleigh uniforme por ser o caso mais desfavorável em canais de banda estreita (e.g. [Pint98-Sec.5.6]). A maioria dos autores

efectua os testes usando o canal com AWGN e o canal com desvanecimento uniforme de Rayleigh, que se descreverá em seguida, como cenários de teste quando o objectivo é testar o desempenho de receptores (e.g. [Bigl02, NaSt01, LeBW00]).

5.4.1 – Simulação do processo de Rayleigh

O sinal de Rayleigh obtém-se através da operação:

$$r_r(t) = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (5.38)$$

em que $x(t)$ e $y(t)$ são sinais filtrados pelo espectro de Doppler clássico, ou seja:

$$x(t) = \text{TF}^{-1} \left\{ X(f) \cdot \sqrt{A(f)} \right\} \quad (5.39a)$$

$$y(t) = \text{TF}^{-1} \left\{ Y(f) \cdot \sqrt{A(f)} \right\} \quad (5.39b)$$

sendo o espectro de Doppler (ver anexo J)

$$A(f) = \begin{cases} \frac{A}{\sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_{\max}}\right)^2}} & , |f| \leq f_{\max} \\ 0 & , \text{ restante} \end{cases} \quad (5.40)$$

onde A é uma constante normalizadora e f_{\max} é o desvio frequência máximo, que num receptor com velocidade v , comunicando sobre uma portadora com comprimento de onda

$$\lambda \cong \frac{2.998 \times 10^8 \text{ m/s}}{f_c} \text{ [m]}, \quad (5.41)$$

conforme o Anexo J, é

$$f_{\max} = \frac{v}{\lambda}. \quad (5.42)$$

Esta filtragem não altera as fdp's nem da envolvente nem da fase do desvanecimento, mas apenas a velocidade com que elas variam.

Uma vez que o sinal utilizado no simulador é uma concretização do processo normalizado à raiz do seu valor quadrático médio, o valor da constante A é irrelevante.

Cenário de teste

O desempenho do receptor proposto vai ser testado num cenário com desvanecimento rápido

uniforme de Rayleigh: receptor com velocidade $v=50$ km/h e frequência da portadora do sistema CPM $f_c = 1$ GHz ($\lambda \cong 30$ cm).

Note-se que o desvanecimento apenas depende da frequência máxima de desvio de Doppler, dada por (5.42), o cenário com $f_c = 1$ GHz, que corresponde a ter-se $f_{max} = 46.3$ Hz, simula também, por exemplo, o caso $v = 25$ km/h com $f_c = 2$ GHz.

A simulação de um sinal de Rayleigh deverá atender a que as transformadas de Fourier directas e inversas necessárias, conforme (5.39), ao serem implementadas em tempo discreto através da FFT (*fast Fourier transform*), implica que se deve atender ao seguinte:

- o número de pontos de um sinal deve ser da forma 2^n , com $n \in \mathbb{Z}^+$;
- o tempo de uma janela de símbolos de informação γ_s , é $\Delta T = T_s \times N_j$;
- o número de janelas é o menor número inteiro superior à divisão

$$\frac{N_b}{(\text{núm. bits por janela})} = \left\lceil \frac{N_b}{(N_j \times \log_2 M)} \right\rceil; \quad (5.43)$$

- o domínio da frequência compreende-se entre $-f_d/2$ e $+f_d/2$;
- no domínio da frequência o espaçamento entre as amostras é f_d/N_j , sendo esse valor precisamente $1/\Delta T$ uma vez que o primeira amostra é na verdade o primeiro coeficiente de Fourier do sinal simulado na janela, subentendendo uma periodicidade ΔT ;
- o número de pontos que representa o espectro de Doppler no domínio em que $A_D(f)$ é não nulo deverá ser significativo;
- a duração do processo de Rayleigh simulado deve ser igual ou superior à duração da transmissão dos N_s símbolo, isto é: $N_s \times T_s$;
- a duração do processo de Rayleigh simulado deve ser pelo menos uma ordem de grandeza superior ao tempo de coerência do canal;
- devido a se ter um desvio de Doppler numericamente muito inferior ao ritmo de símbolo ($f_{max} \ll R_s$), o tempo de coerência do processo de Rayleigh é muito superior ao tempo de símbolo. Se o número de símbolos em cada janela de simulação for da ordem de 64 ou 128 símbolos, o tempo de coerência é inclusive superior ao tempo de simulação da janela ΔT segundos. Tem-se pois que o desvanecimento, quer em amplitude quer em fase, é aproximadamente constante em cada janela de simulação.

A implementação do processo de Rayleigh num simulador de transmissão CPM é condicionada quer por estas imposições gerais quer pelo facto do desvanecimento não poder sofrer descontinuidades

na transição entre janelas de simulação, o que introduziria uma penalização adicional, dada a natureza contínua da CPM. Para o ritmo binário considerado bastaria ter uma amostra do processo de Rayleigh em cada janela de simulação, sendo o valor replicado para todos os pontos da janela. Para assegurar a continuidade do desvanecimento entre janelas optou-se por usar a informação de duas amostras do desvanecimento em cada janela de simulação do sinal de informação (para o ponto inicial e para o ponto final da janela), procedendo a uma interpolação linear para obter o desvanecimento em todos os pontos restantes da janela. O número de amostras do desvanecimento que são necessárias corresponde ao número de janelas necessárias simular, uma vez que cada ponto é usado duas vezes: uma vez como ponto terminal e, na janela seguinte de simulação, como ponto inicial.

Atendendo a tudo o que foi exposto, optou-se por escolher um ritmo binário $R_b=312.5$ kbps. Quando $M=2$ tem-se obviamente $N_s=N_b$ e logo $T_s=T_b=3.2$ μ s.

Dimensionou-se o processo de Rayleigh de forma a que as simulações observassem os critérios do Anexo H para uma BER de 10^{-3} . Nesse anexo mostra-se que, na presença de desvanecimento, para um intervalo de confiança de 95% devem-se simular $N_b=10^{\rho+2}$ bits, ou seja, uma ordem de grandeza acima da necessária quando só há AWGN (c.f. Secção 5.1.2). Assim, com desvanecimento, o número de bits a simular deverá ser 10^5 . O tempo total da transmissão será de $10^5/(312.5 \text{ kbps}) = 320$ ms, o que é uma ordem de grandeza superior ao tempo de coerência, dado por $1/(46.3 \text{ Hz}) = 21.6$ ms. Logo, para respeitar a condição de o tempo de simulação ser pelo menos uma ordem de grandeza superior ao tempo de coerência do canal, o número de bits a simular deve ser precisamente de pelo menos 10^5 . Construindo janelas de simulação do sinal de informação com 128 pontos, para simular 10^5 bits serão necessárias $\lceil 781.25 \rceil = 782$ janelas. Assim, serão simulados $N_b = 782 \times 128 = 100096$ bits (este número é tido em conta no método de Monte Carlo). Para além de o tempo de simulação ser uma ordem de grandeza acima do tempo de coerência do canal, teve-se também cuidado na escolha da amostra de desvanecimento usada nas simulações. Escolheu-se uma amostra que durante os 320.3 ms da simulação fosse o mais possível representativa dum processo de Rayleigh, evitando-se uma amostra em que o desvanecimento resultasse de uma maioria de interferências construtivas ou um desvanecimento particularmente penalizador do desempenho.

Como se disse, impõe-se que a separação entre as amostras de desvanecimento coincida com a duração de uma janela de simulação de N_j símbolos de informação. Logo, o número de amostras de desvanecimento necessárias é dado pelo número de janelas de simulação (número de iterações), que é 782, adicionado de mais uma amostra (a primeira está em $t=0$). Este número de pontos do processo de Rayleigh criado não é forçosamente o número de pontos com que as FFT são efectuadas. É possível adicionar uma “cauda” de zeros aos sinais $x(t)$ e $y(t)$ que geram o sinal $r_R(t)$ até que o número de pontos total seja da forma 2^n , com $n \in \mathbb{Z}^+$. Isso permite usar a FFT e, simultaneamente, ter uma maior resolução espectral na zona em que o espectro de Doppler é não nulo.

O tempo entre amostras do desvanecimento é 409.6 μ s. Um processo de Rayleigh com 782 amostras dura 320.3 ms. Estendendo o vector até aos 2048 pontos (este número não tem que ser igual ao usado nas janelas do sinal de informação), o sinal resultante tem duração $\Delta T = 409.6 \times 10^{-6} \times 2048$ s = 838.9 ms.

A resolução espectral é de $1/\Delta T = 1.192$ Hz e a frequência de amostragem do desvanecimento é 2.441 kHz, sendo a representação espectral feita no domínio $[-1.221 +1.221]$ kHz. A frequência máxima observável pode também ser dada por $(1/\Delta T \times 2048)/2$, uma vez que o factor entre parêntesis é a frequência de amostragem do desvanecimento.

A Tabela 5.2 indica os vários parâmetros da simulação para o cenário referido. Para melhor compreensão, na Tabela 5.2 também se mostra um cenário em que $f_c = 2$ GHz, mostrando que apenas difeririam no tempo de coerência e no número de pontos em que o espectro de Doppler é não nulo.

Tabela 5.2: Opção de parâmetros da simulação para 10^5 bits simulados com desvanecimento ($P_b \geq 10^{-2}$), sendo $R_b = 312.5$ kbps e $M=2$.

<i>Sinal</i>	<i>Parâmetro</i>	$f_{m\acute{a}x} = 46.3$ Hz	$f_{m\acute{a}x} = 92.7$ Hz
Informação	T_s [s]	3.20×10^{-6}	3.20×10^{-6}
	Número de pontos por janela	2048	2048
	N_j [símbolos por janela]	128	128
	Número de iterações	782	782
	K_s [pontos por símbolo]	16	16
	Duração de uma janela [s]	409.6×10^{-6}	409.6×10^{-6}
	Tempo total de transmissão [s]	320×10^{-3}	320×10^{-3}
	T_a	0.2×10^{-6}	0.2×10^{-6}
	Máxima frequência observável, $f_d/2$ [Hz]	2.50×10^6	2.50×10^6
Desvanecimento	Tempo de coerência [s]	21.59×10^{-3}	10.79×10^{-3}
	Tempo de amostragem [s]	409.6×10^{-6}	409.6×10^{-6}
	Número de pontos do desvanecimento	783	783
	Tempo do desvanecimento [s]	320.3×10^{-3}	320.3×10^{-3}
	Número de pontos do sinal para FFT	2048	2048
	Tempo de simulação, ΔT [s]	838.9×10^{-3}	838.9×10^{-3}
	Número de pontos na “cauda”	1265	1265
	Duração da “cauda” [s]	518.14×10^{-3}	518.14×10^{-3}
	Máxima frequência observável [Hz]	1.221×10^3	1.221×10^3
	Discriminação espectral, $1/\Delta T$ [Hz]	1.192	1.192
	Máxima frequência observável [Hz]	1.221×10^3	1.221×10^3
	Número de pontos com $A(f) \neq 0$	77	154

Para $M > 2$ o tempo de símbolo fica $\log_2(M)$ vezes superior e logo a duração de cada janela aumenta na mesma proporção, quando se mantém N_j . Nesses casos existirão mais amostras de desvanecimento em cada janela de simulação do sinal de informação. Não há necessidade de reduzir o número de amostras de desvanecimento uma vez que ele é um vector já armazenado, tendo sido dimensionado para o caso mais limitativo ($M=2$). Além disso, esta opção faz com que os testes sejam efectuados exactamente com as mesmas amostras do canal.

Deve notar-se que nos testes efectuados apenas com AWGN (secção 5.1) o tempo foi sempre normalizado ao tempo de símbolo. Nas simulações com desvanecimento tal não pode ser feito; é necessário considerar os tempos absolutos impostos pelo ritmo binário usado.

Nas figuras seguintes mostra-se um exemplo de concretizações do desvanecimento para o cenário considerado e para o cenário com um desvio de Doppler duplo desse. Na Figura 5.29 pode ver-se a amplitude, representada na forma $20 \cdot \log(\cdot)$, e na Figura 5.30 mostra-se a fase.

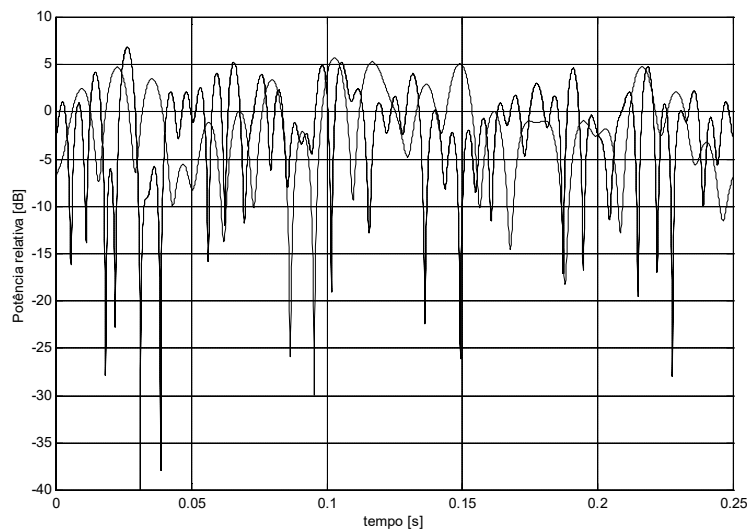


Figura 5.29: Representação temporal da envolvente do sinal recebido após desvanecimento Rayleigh uniforme para uma velocidade do receptor $v=50$ km/h, nos casos de $f_c=1$ GHz (contínuo) e $f_c=2$ GHz (tracejado).

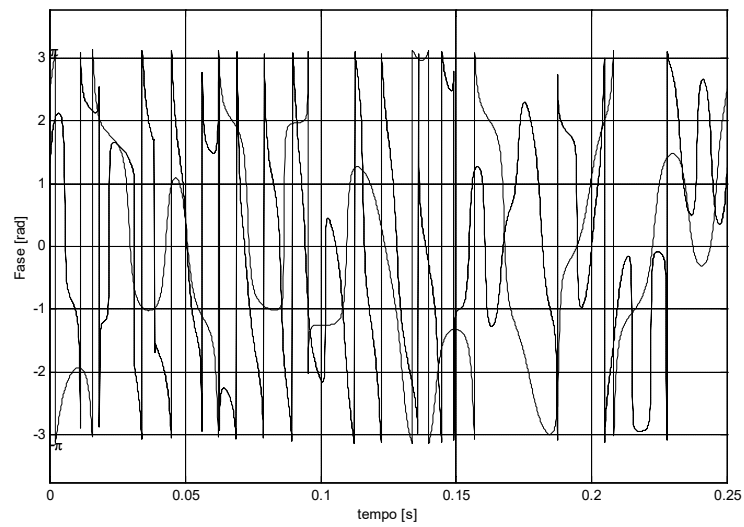


Figura 5.30: Representação temporal da fase do sinal recebido após desvanecimento Rayleigh uniforme, sem estimação de canal, para uma velocidade do receptor $v=50$ km/h, nos casos de $f_c=1$ GHz (contínuo) e $f_c=2$ GHz (tracejado).

Na Figura 5.31 representam-se os espectros $A(f)$ quer para o cenário com $f_c=1$ GHz quer no caso de $f_c=2$ GHz.

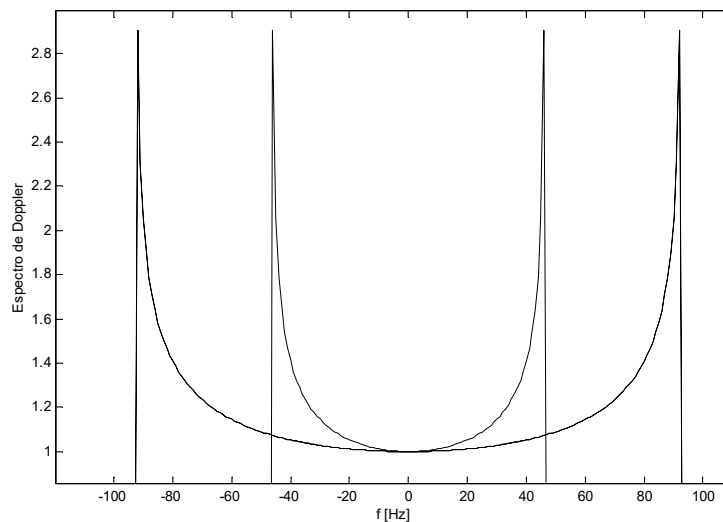


Figura 5.31: Espectros de Doppler $A(f)$ para uma velocidade do receptor $v=50$ km/h, nos casos de $f_c=1$ GHz (contínuo) e $f_c=2$ GHz (tracejado).

Como se referiu, o efeito da duplicação da velocidade do receptor seria exactamente o mesmo que o verificado se a frequência da portadora fosse duplicada.

Na Figura 5.32 mostra-se uma simulação realizada nas mesmas condições do exemplo de simulação apresentado graficamente em [Skl97a]. Uma comparação das figuras permitiu verificar uma concordância qualitativa entre os dois gráficos. Para além da análise estatística exposta no Anexo I, este caso particular permitiu uma comprovação adicional acerca do funcionamento do simulador.

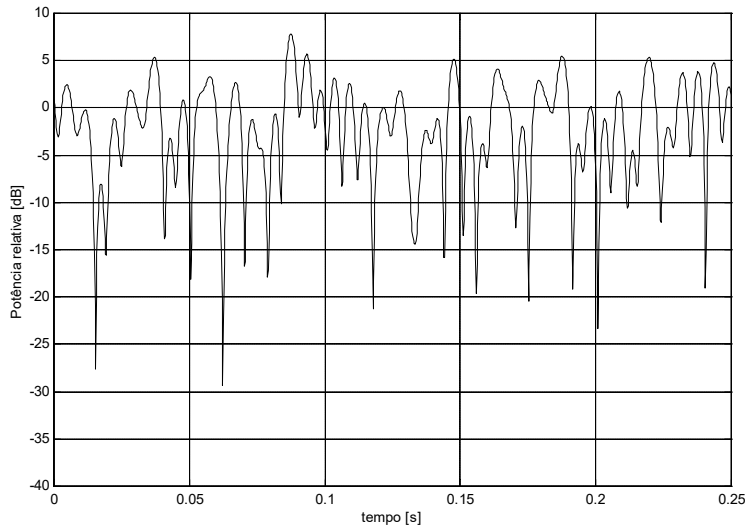


Figura 5.32: Representação temporal da envolvente do sinal recebido após desvanecimento Rayleigh uniforme para uma velocidade do receptor $v=120$ km/h com $f_c=900$ MHz (frequência do GSM padrão).

5.4.2 – Teste do receptor

Inicialmente fez-se a análise do comportamento do receptor proposto para a MSK. Tal como nos testes apenas com AWGN, o teste do simulador sem a aplicação dos mecanismos de redução de complexidade permitiu também validar o funcionamento do simulador no caso de haver desvanecimento. A modulação MSK (assim como a GMSK) é binária antipodal (c.f Capítulo 2) e o desempenho das mesmas sob efeito de desvanecimento de Rayleigh é bem conhecido, e.g. [Bigl02, KoPo01, Proa01-p.820, Lee93-Sec.3.6.2]. Estes resultados para MSK são coincidentes com os observados no simulador desenvolvido, tal como se pode ver na Figura 5.33. Nessa figura mostra-se também o desempenho dos receptores sub-óptimos para os esquemas com $h=1/2$ e $M=4, 8$ e 16 , embora estes esquemas não sejam os que se indicam como apropriados numa solução de engenharia. Porém, estes resultados são um complemento ao estudo destes esquemas particulares, assim como ao próprio comportamento dos receptores criados. Os resultados permitem concluir que o facto de haver estimação de fase perfeita implica uma melhoria de ≈ 4.5 dB no desempenho dos esquemas testados.

Os receptores propostos foram testados com uma estimação de fase que reduz a oscilação de fase a

10% do valor causado pelo desvanecimento, isto é que confina $\Delta\phi$ ao intervalo $[-18,^\circ 18^\circ]$, conservando uma distribuição uniforme, neste caso sendo

$$p(\Psi)=10\frac{1}{2\pi}=\frac{5}{\pi}. \quad (5.44)$$

O receptor sub-ótimo para MSK tem uma degradação de ≈ 1.5 dB relativamente ao receptor ótimo e com estimação perfeita da fase. O receptor ótimo que se refere aqui apenas é ótimo se apenas existir AWGN. O receptor não é ótimo quando o sinal é afectado por desvanecimento.

Na Figura 5.33 também se verifica que o aumento da complexidade da modulação não implica necessariamente um aumento do ganho tão significativo como em AWGN. Veja-se que o esquema com $h=1/2$ e $M=16$ tem um desempenho semelhante ao de $M=8$, nestas condições de desvanecimento.

Os resultados para os esquemas com $h=9/20$ são exibidos na Figura 5.34. Apresentam-se os testes efectuados sem estimação de fase, com estimação perfeita da fase e ainda os receptores definidos na Secção 5.2, que resultaram da investigação efectuada com AWGN. Estes esquemas com 40 estados são pouco sensíveis à falta da estimação da fase (tal como se viu em AWGN na Secção 5.2): apenas ≈ 1 dB de ganho quando há estimação, quer no esquema com $M=4$, quer no esquema com $M=8$.

Os receptores sub-ótimos propostos têm uma perda de ≈ 2 dB relativamente aos respectivos receptores com estimação de fase (ideais com AWGN).

Comparando os resultados com os receptores sub-ótimos definidos, verifica-se que, com desvanecimento, os esquemas quaternário e octonário com $h=9/20$ apenas têm um ganho ≈ 2.5 dB e ≈ 3 dB relativamente ao receptor proposto para MSK.

É comum que no desempenho de modulações digitais afectadas por desvanecimento existam patamares de BER abaixo dos quais é impossível descer, apesar da relação E_b/N_0 subir indefinidamente. Para as relações E_b/N_0 consideradas, isto é, até 24 dB, não se detectaram quaisquer patamares no desempenho dos esquemas CPM, exceptuando os casos em que o receptor sub-ótimo está claramente sub-dimensionado. Este facto é coincidente com os resultados de [LeBW00], com simulações até 38 dB de esquemas 2RC com $M=2$ e $M=4$. Note-se porém que esses patamares existirão sempre, em zonas de E_b/N_0 superiores, uma vez que são provocados pela existência do desvanecimento de *per se*, mesmo na ausência de ruído.

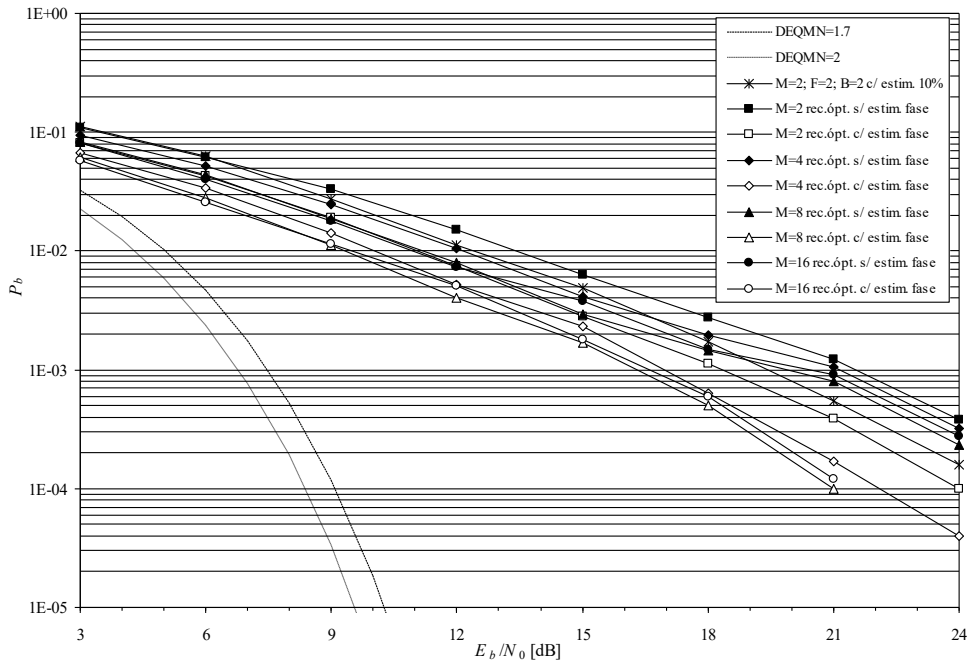


Figura 5.33: Desempenho com AWGN e desvanecimento uniforme dos esquemas 1REC, $h=1/2$, com $M=2, 4, 8$ e 16 com receptores óptimos com e sem estimação de fase.

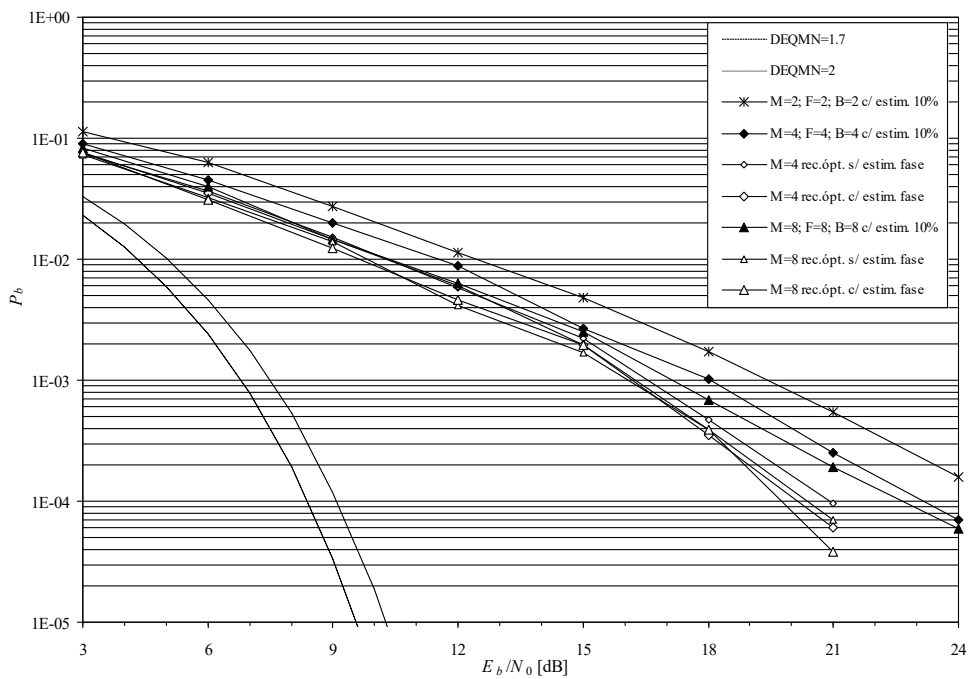


Figura 5.34: Desempenho com AWGN e desvanecimento uniforme dos esquemas 1REC $h=9/20$ com $M=4$ e 8 com receptor óptimo e sub-óptimo (incluiu-se também o esquema MSK).

Capítulo 6

Conclusões e perspectivas em CPM

*At some point there must be closure.
At some point the lawyers must go home.*

(James Baker, Dez. 2000¹

)

6.1 – Conclusões gerais

Esta tese centrou-se no projecto e análise de um receptor sub-ótimo original para esquemas CPM de elevada complexidade, com ou sem codificação de canal. Devido a um aproveitamento das próprias características dos sinais CPM, foi possível conceber um receptor que requer um *hardware* simples e um processador numérico elementar.

O receptor sub-ótimo proposto possui três blocos ou etapas. As simplificações feitas para reduzir a complexidade estendem-se a todas as etapas da detecção dos sinais. No receptor óptimo a detecção é feita em apenas duas etapas: a obtenção de métricas num bloco de filtros adaptados e um algoritmo de detecção de sequências por máxima verosimilhança. As três etapas mencionadas para o receptor proposto resultam de uma partição da função do banco de filtros em dois sub-blocos de processamento de sinal: *i*) projecção num espaço gerado por funções de Walsh e cálculo de um sub-conjunto das métricas nesse espaço, *ii*) derivação das restantes métricas a partir das calculadas.

Construiu-se um simulador na ferramenta *Matlab*[®]. Os resultados obtidos foram sempre confrontados com os resultados de simulação ou de medições apresentados em publicações ou confrontados com as aproximações teóricas disponíveis.

O receptor proposto é definido pelos seguintes parâmetros: número de amostras por símbolo de canal, K_s ; dimensão do espaço de Walsh, F ; e pelo número de percursos sobreviventes memorizados, B . Os parâmetros do receptor foram testados de forma independente, fazendo a detecção de sinais distorcidos por ruído branco gaussiano (AWGN), de forma a estudar o impacto isolado de cada um desses parâmetros no desempenho. Concluiu-se posteriormente que a concatenação dos blocos de

¹ Durante o empate técnico nas eleições presidenciais dos EUA. Optou-se por não se traduzir esta citação.

complexidade reduzida implica uma degradação do desempenho em potência que é inferior às somas parciais das penalizações medidas independentemente (quando quantificadas em decibéis).

Como o receptor deve operar em modo discreto (processamento digital de sinal), analisou-se o seu comportamento em função do número de amostras por símbolo de canal, K_s , isto é, avaliou-se o número mínimo de amostras necessárias para um funcionamento próximo do receptor em tempo contínuo, concluindo-se que o valor adequado é de 64 amostras por símbolo.

Concluiu-se também que K_s deve aumentar quando se diminui F ou quando M aumenta. A primeira implicação deve-se ao facto de uma menor dimensão do espaço de Walsh implicar que a obtenção correcta das métricas fique mais dependente da definição dos sinais a projectar. A segunda implicação deve-se ao facto de uma maior M -aridade implicar transições mais abruptas na fase e logo nos sinais em cada ramo. Por esse motivo, surge a necessidade de haver um maior número de amostras para definir a transição em cada símbolo.

Partindo do receptor óptimo, aplicaram-se sucessivamente as três etapas de simplificação propostas. Testaram-se os limites da dimensão mínima do espaço de Walsh, investigou-se a resistência do algoritmo de derivação de métricas face a erros fixos do sincronismo de fase e testaram-se os limites para a redução do número de estados a propagar no algoritmo de detecção de sequências. Estas investigações foram conduzidas considerando um canal com ruído branco gaussiano.

O estudo do cálculo de métricas num espaço de Walsh foi aprofundado pela primeira vez em termos do seu impacto em função dos parâmetros que definem os sinais CPM. Conclui-se que os sinais CPM podem ser muito bem aproximados por uma combinação linear de um escasso número de funções de Walsh. Estas funções permitem uma grande simplicidade nas operações baseadas no produto interno, as quais são realizadas à custa das componentes das projecções no espaço. Essa aproximação é tanto melhor quanto menores forem quer o índice de modulação h , quer a M -aridade da modulação. Esta relação qualitativa é compreensível uma vez que a redução de h está associada a menores evoluções da fase durante um intervalo de símbolo, e um menor M limita a possibilidade de evoluções da fase muito abruptas. O resultado é consistente com o facto de se esperar que a aproximação dos sinais CPM por um espaço de Walsh seja tanto melhor quanto mais suaves forem os sinais das transições em cada ramo.

Em termos quantitativos conclui-se que a dimensão mínima do espaço de Walsh deve ser numericamente igual à M -aridade da modulação, isto é, deve ter-se $F \geq M$. Para valores de $F > M$ o ganho obtido é desprezável (até $M \leq 16$), sendo pois $F = M$ a solução adequada e a que foi adoptada. Com os resultados obtidos pode afirmar-se que esta regra é válida para $h < 0.5$ (precisamente os índices de modulação de maior interesse, dada a compactação espectral que permitem). A aproximação dos sinais por um espaço de pequena dimensão é possível devido ao facto dos sinais CPM serem

inerentemente de banda reduzida.

Salienta-se que o *hardware* requerido para a etapa de cálculo de projecções pode ser implementado usando a tecnologia corrente dos sistemas de multiplexagem por divisão por códigos via sequência directa (DS-CDMA – *direct sequence code division multiple access*).

Identificaram-se as características dos sinais CPM que poderiam ser usadas como informação *a priori* que pudesse ser usada na simplificação do cálculo de métricas. Verificou-se que uma dada distribuição dos estados de fase torna viável a obtenção de todas as métricas das transições possíveis a partir de um número reduzido de métricas de transições emergentes de um sub-conjunto de estados.

Apresentou-se um algoritmo original de replicação de métricas baseado em conceitos de simetria entre sinais que permite dispensar o armazenamento de $7/8$ dos sinais de transição de fase e dispensar o cálculo de $3/4$ das métricas totais, substituindo-o por simples operações de cópia. O algoritmo é válido para a subclasse de esquemas CPM em que o número de estados é múltiplo de 4. Para essa família de esquemas, concluiu-se que, se os estados forem dispostos de uma forma linear, segundo múltiplos de $h\pi$, o primeiro quarto do número total de estados constitui um conjunto de estados fundamentais donde emergem transições que possuem toda a informação acerca da forma de todas as outras transições. Esses estados fundamentais podem ser todos interpretados como estados do primeiro quadrante. Essa interpretação permite compreender mais facilmente as relações de simetria, tal como foram apresentadas no Capítulo 4.

Concluiu-se que a quebra de simetria por erro de sincronismo de fase no receptor é bem tolerada dentro de intervalos periódicos do erro de fase. Isto deve-se às próprias características dos sinais referidas no parágrafo anterior. Os desvios de fase múltiplos de $h\pi$ conduzem à substituição do grupo de estados fundamentais por um outro grupo de estados com iguais características, reconduzindo a uma correcta derivação de métricas. Qualquer que seja a inicialização da numeração dos estados, a divisão dos mesmo em quatro blocos conduz sempre a que o 1º quarto de estados, assim como o 2º quarto de estados, o 3º ou o 4º, também constituam conjuntos de estados fundamentais. Isso explica a menor insensibilidade ao erro de fase que se obteve, face ao que poderia ser esperado se este facto fosse esquecido. Por outro lado, os desvios de fase de $h\pi/2$ conduzem ao erro máximo na derivação de $3/4$ das métricas por erro na sua derivação. Nesse caso é nula a correlação entre os sinais em fase e quadratura do primeiro quadrante e os sinais respectivos das transições dos outros quadrantes que estão relacionadas com eles através das relações expostas.

Verificou-se que a tolerância ao erro de fase aumenta com a M -aridade e com a diminuição do índice de modulação. Quando o erro de fase não é fixo mas aleatório, com a distribuição uniforme imposta pelo processo de Rayleigh, a sensibilidade ao erro de fase é bastante superior. Lembra-se por fim que a estimação da fase é sempre inevitável pois é necessária aquando do processo de translação

do sinal da radio frequência para a banda de base.

Acresce ao que foi dito que dois esquemas 1REC em que existem máximo locais da distâncias euclidiana (e logo do ganho de potência), e que também têm uma boa eficiência de banda, pertencem precisamente à classe de esquemas com $S=0 \pmod{4}$, sendo os indicados para operação conjunta com o receptor. Esses esquemas têm ambos $h=9/20$, um $M=4$ e o outro $M=8$.

O último bloco do receptor é o detector de sequências a operar com redução de estados. Quando o sinal transmitido apenas é afectado por AWGN conclui-se que um escasso número de caminhos sobreviventes garante uma detecção com uma penalização < 0.1 dB. Nos esquemas com $h=9/20$, só quando $B < S/10$ se começa a ter uma degradação de desempenho, que depois se agrava muito rapidamente. Nos esquemas de $h=1/2$ (que só têm $S=4$ estados) a degradação apenas surge quando $B=1$. Pode então concluir-se que as maiores métricas acumuladas concentram-se nesse reduzido número de caminhos sobreviventes, decaindo rapidamente para os restantes. A competição faz-se pois nesse conjunto limitado de percursos mais verosímeis em cada iteração. Concluiu-se que o número mínimo de sobreviventes deve ser, tal como a dimensão do espaço de Walsh, numericamente igual à M -aridade da modulação, isto é, se $B=M=F$.

Foram analisados os esquemas óptimos 1REC, $h=9/20$, com $M=4$ e $M=8$. O primeiro apresenta um ganho de ≈ 2.6 dB face à MSK e o segundo tem um ganho de ≈ 4.3 dB (resultados com AWGN). Estes valores eram previstos usando a distância euclidiana já conhecida e foram comprovados por simulação do receptor óptimo.

Os receptores sub-óptimos propostos com base nas regras de selecção de parâmetros da redução da complexidade conduziram a resultados de desempenhos quase óptimos em presença de apenas ruído branco gaussiano. A detecção dos sinais é efectuada apenas com uma perda de 0.1 dB no esquema quaternário e de 0.2 dB no esquema com $M=8$. Nas mesmas condições de AWGN, este segundo esquema pode ser também detectado usando um receptor ainda menos complexo com apenas $B=4$, em vez de $B=M=8$, e ainda com apenas 0.5 dB de afastamento relativamente ao desempenho óptimo.

Os receptores propostos para os dois esquemas com $h=9/20$, assim como o receptor proposto para MSK foram também testados com desvanecimento de Rayleigh. Nesses casos pressupôs-se que o receptor consegue estimar a fase de forma a reduzir o seu desvio a 10% do desvio original provocado pelo desvanecimento. Os resultados foram comparados com os respectivos receptores “óptimos” com e sem estimação de fase. Nessas condições, observou-se que os esquemas com $h=9/20$ têm um desempenho ≈ 3 dB pior que o respectivo receptor óptimo sem estimação de fase. No caso da MSK a perda face ao receptor “óptimo” com estimação de fase é de somente ≈ 1 dB. Lembre-se que os receptores “óptimos” aqui referidos apenas seriam óptimos se apenas houvesse AWGN no canal.

Comprovou-se que a opção por fazer a investigação dos limites de redução da complexidade

usando os esquemas com $h=1/2$, aproveitando a sua simplicidade em termos do número de estados (apenas 4), conduziu a resultados que permitiram antever e dimensionar o receptor sub-óptimo para os esquemas mais complexos óptimos. Isto apesar dos esquemas 1REC com $h=1/2$ serem catastróficos, uma vez que tal natureza não implicava qualquer entrave na investigação pretendida.

Obtiveram-se pela primeira vez resultados de simulação para o esquema 1REC, $h=1/2$, $M=16$, verificando-se que este esquema também é catastrófico, pois o ganho verificado face à MSK (≈ 3 dB) é muito inferior ao esperado (que seria de 6 dB) face ao limite superior conhecido para a distância euclidiana.

Como exemplo da redução de complexidade conseguida menciona-se o esquema 1REC, $h=9/20$ com $M=8$. Os 640 filtros adaptados necessários para obter as 640 métricas são reduzidos a apenas 2 integradores com $F=8$ amostragens feitas durante a integração de cada símbolo; das 640 transições a armazenar apenas são necessárias 80; dos 40 estados existentes, apenas 8 caminhos são necessários propagar. Além deste *hardware* muito simples o processamento para obtenção das métricas resume-se à simples multiplicação algébrica de uma matriz de dimensões 640×8 ($\Xi \times F$) por um vector de $F=8$ elementos (sendo $F=M$).

Nesta tese também se mostrou que várias modulações muito conhecidas são particularizações do caso geral da modulação de fase contínua. Como caso particular apresentou-se um receptor quase óptimo para MSK ou GMSK (modulações usadas em muitos sistemas via rádio) com uma complexidade muito inferior à dos receptores conhecidos, apenas com $F=2$ e $B=2$, ou seja, apenas integrando cada símbolo e fazendo 2 amostras durante a integração e propagando apenas 2 percursos sobreviventes. Com apenas AWGN, este receptor tem um desempenho somente 0.4 dB inferior ao do receptor óptimo.

6.2 – *Quo vadis CPM ?*

Principalmente devido ao facto do sistema de comunicação pessoal sem fios UMTS [GaPi00, HoTo00, Dahl98]) possuir um nível físico baseado em WCDMA (*wideband* CDMA) [GIVu97, Pras96], foi retomada recentemente a investigação da interligação de CPM e CDMA [YLBY99, Pint98, Rodr97, Papa96, LaBu90]. Esta interligação foi inicialmente proposta por Svensson *et al* [SvSL85].

O principal obstáculo à generalização da modulação CPM foi a dificuldade do processo de detecção de *per se*, mesmo nas condições de sincronismo ideal. As principais linhas de investigação existentes na actualidade e cujo foco é o processo de detecção são as seguintes:

- Recepção não coerente de GMSK, aproveitando a natureza BFSK da modulação para obter as

métricas das transições, seguida da comum MLSD usando o algoritmo de Viterbi [Fons96];

- Implicação da interferência de canal adjacente no desempenho da detecção com redução de estados (RRSD) [Simm99];
- Descodificação e desmodulação realizadas de forma iterativa [SzPa99];
- Detecção da fase no fim de cada símbolo através duma partição do plano complexo em regiões, seguida do AV com decisão branda [Fonse99];
- Detecção símbolo a símbolo com redução de estados [BaFi00, BaFK98];
- Usando a decomposição de Rimoldi, em [LeBW00] foi estudado um receptor que usa um sistema de tabelas adaptáveis à estrutura algébrica no anel de inteiros definido mod q . O princípio de implementação é muito semelhante à solução adoptada na tese, tal como foi apresentada no Capítulo 4 (ver Secção 4.7). No mesmo grupo de investigação foi analisada a diferença entre a MLSD desses receptores com decisão branda e dura num esquema que inclui codificação convolucional [SiWa01].
- Recepção não coerente de CPFSK com geração de métricas com base numa estimação linear, feita símbolo-a-símbolo, do desvanecimento (lento e uniforme) [ViMe00];
- Recepção totalmente digital de GMSK, adaptável ao modo coerente ou não coerente (baseado na discriminação de frequências), com estimação conjunta do sincronismo via análise espectral [HuFH00];
- Devido à investigação descrita em [SuCh00], é de antever a aplicação do List Viterbi Algorithm (LVA) na recepção de CPM codificada (um dos autores é um dos três pioneiros em CPM). Quando se tem uma concatenação de um código convolucional com um código de blocos exterior, o AV não é um algoritmo MLSD para a descodificação do código convolucional interior devido à interdependência dos bits. Em [SuCh00] prova-se que o LVA é um algoritmo MLSD para esse caso. Esse algoritmo fornece uma lista das sequências mais prováveis;
- Usando a decomposição de Laurent é possível usar o facto de se poder aproximar o sinal CPM por um conjunto reduzido de impulsos modulados em amplitude (AMP), cuja forma minimiza o erro quadrático médio (EQM) dos impulsos AMP, permitindo uma recepção sub-ótima [Dupr01a, Dupro01b, DuPr00]. Esta investigação é na verdade uma revisitação aos primeiros trabalhos de redução de complexidade de Anderson, Aulin e Sundberg, explanados em 1.2.1, mas agora suportados pela teoria de Laurent;
- Aplicação da descodificação iterativa, segundo o princípio da descodificação de turbo-códigos [MoAu01, NaSt01, ShWe00, TaMi99];
- Detecção não coerente de sequências via amostragem no domínio espectral, com redução de

estados ([LSEH02] e referências internas).

A primeira tentativa de redução de complexidade foi proposta pelos primeiros investigadores de CPM em [AnAS86-Cap.8]. Consistia na adopção de um receptor com impulsos que eram aproximações à forma dos reais dos impulsos emitidos, geralmente de menor duração. Este tipo de receptores foi, como se disse, recentemente retomado em [DuPr01b] e comparado com os sistemas AMP-MLSD. Estes receptores usam a decomposição AMP (*amplitude modulated pulses*) recentemente proposta ([DuPr01, DuPr00] e referências contidas) em que o sinal CPM é visto como sendo a soma de vários impulsos modulados em amplitude. Foi mostrado pelos autores que os receptores AMP-MLSD possuem melhor desempenho para complexidades iguais. Lembra-se que a complexidade é sempre medida em termos do número de filtros e número de estados na treliça.

A investigação da CPM iniciou-se com a análise das suas características. Foram analisados os impactos dos seus parâmetros em termos de eficiência de potência e banda. Ainda recentemente se encontram abordagens a respostas que ficaram por conhecer, como o conhecimento do impulso de fase óptimo [SvSv01, Sven00]. Esta pesquisa, realizada numericamente com um método de variação de impulsos com troços definidos por *split lines*, revelou que o impulso óptimo difere muito pouco do impulso GMSK. Comprovou-se assim que o uso deste impulso foi desde cedo uma escolha acertada.

Historicamente, o segundo ponto principal de investigação foi a concatenação com codificação convolucional.

Desde o início que o problema da detecção foi simultaneamente abordado. A redução do número de estados a propagar na treliça (RSSD) provém do trabalho de Svensson *et al.* [Svens91, SvCA91] e foi retomado em [Simm95].

Embora já fosse conhecida e usada, a investigação sobre as implicações da utilização do espaço de Walsh sobre as distâncias euclidianas é muito recente [TaSh00]. A utilização conjunta destas duas técnicas está a ser reconhecida como a melhor via para a resolução do problema da detecção de CPM. Com a adição do algoritmo de derivação de métricas proposto, considera-se que esta será a melhor solução a tomar como padrão nos receptores CPM. O desempenho conseguido por esta via é quase óptimo e a redução de complexidade é muito grande, substituindo-se tarefas de *hardware* por algoritmia simples em DSP.

As várias linhas de investigação não chegaram a resultados de desempenho quase-óptimos e requerem uma complexidade de processamento superior. As linhas de investigação que também apresentaram resultados promissores em termos de desempenho e complexidade foram as da detecção não coerente [LSEH02] e a feita símbolo-a-símbolo [BaFi00, BaFK98].

O tópico de investigação que mais recentemente foi iniciado é a aplicação de CPM em sistemas de codificação espaço-tempo com múltiplas antenas de emissão e de recepção [WaSX02], denominados

sistemas MIMO (*multiple input multiple output*).

O último passo necessário para que a CPM codificada (e mesmo a não codificada) seja uma realidade mais comum será a resolução do problema da aquisição do sincronismo de uma forma simples e fiável.

6.3 – Trabalho futuro

O trabalho efectuado deverá prosseguir de forma a contemplar os seguintes pontos:

- Obter resultados para os esquemas com $h=9/20$ seleccionados, em canal de rádio, mas aplicando diversidade espacial na recepção. A detecção poderia ser feita de 2 formas em cada intervalo de símbolo: *i*) selecção do sinal com maior relação sinal-ruído (ou, por ser mais fácil, do sinal cuja potência total com ruído seja maior); *ii*) selecção com base nas métricas calculadas para cada um dos sinais recebidos em cada antena;
- Estender o algoritmo de derivação de métricas a esquemas com uma distribuição de estados não uniforme sobre o círculo complexo unitário e com um número de estados não múltiplo de 4 (e.g, $h=1/3$ ou $h=2/3$ [Proa01-p.196]) mas que também possuem relações de simetria entre os sinais das transições do mesmo ramo (I ou Q), embora possam não existir relações entre ramos;
- Avaliar o comportamento (em AWGN e com canal rádio) do receptor com o esquema codificado 1REC, $h=1/6$, $M=8$, identificado como o mais adequado dos esquemas de CPM codificada, e que também pertencente à família de esquemas adaptados ao receptor definido;
- Investigar como efectuar a partição dos S estados dos esquemas CPM em C classes distintas que optimizem os resultados da detecção com o SA(B,C);
- Estudar o impacto da utilização de códigos desenhados para canais com erros em rajada (códigos Reed-Solomon encurtados ou não);
- Formalização analítica da propagação do erro às métricas derivadas a partir das de Q.I quando se aplica o algoritmo de derivação de métricas havendo erro de fase no primeiro quadrante;
- Estudar o impacto do uso de entrelaçadores em canais com desvanecimento [HeWi99-Cap.3];
- Desenvolvimento de algoritmos de estimação de canal (e.g [NuLe98]) e detecção conjunta de CPM. Isso permitiria a combinação dos sinais recebidos quando existe diversidade espacial, adicionando-os em fase.
- Procura dos melhores esquemas optimizados para modulações espaço-tempo [WaSX02, MoKS00-Cap.2] com CPM;

Anexo A

Abordagem via modulação de frequência

Neste anexo analisam-se duas modulações binárias CPFSK: MSK e FSK de Sunde. Referem-se as suas características, os processos de geração e detecção e fazem-se comparações.

A.1– Introdução

A modulação 2-FSK baseia-se no alfabeto

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_s}} \text{sen}(\omega_1 t + \theta), \quad 0 \leq t \leq T_s \quad (\text{A.1a})$$

$$s_2(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_s}} \text{sen}(\omega_2 t + \theta), \quad 0 \leq t \leq T_s. \quad (\text{A.1b})$$

A desmodulação pode ser coerente ou incoerente, aproveitando-se no segundo caso a distinção espectral dos símbolos (Figura A.1).

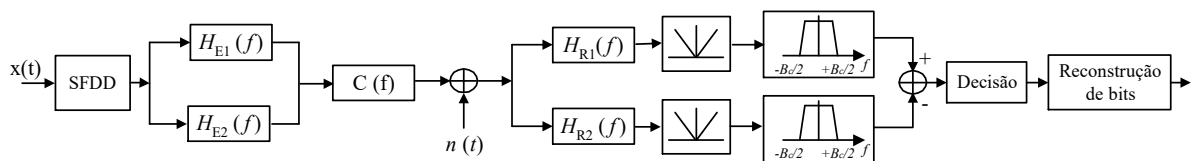


Figura A.1: Exemplo de transmissão FSK com recepção incoerente. Inclui-se um sintetizador de frequência digital discreto (SFDD), os filtros de emissão e recepção sintonizados em f_1 e f_2 (H_E e H_R) e detectores de envolvente (rectificadores seguidos de filtros passa baixo – FPB).

A.2– Detecção coerente

Para o desempenho ser máximo após a desmodulação, $s_1(t)$ e $s_2(t)$, definidos em (A.1), devem ser ortogonais. Fazendo a correlação dos dois sinais, podemos descobrir em que condições existe essa

ortogonalidade. Da correlação cruzada de $s_1(t)$ com $s_2(t)$,

$$R_{s_1, s_2}(\omega_1, \omega_2, \tau = 0) = \frac{1}{E} \int_0^T \frac{2E}{T} \text{sen}(\omega_1 t + \theta) \sin(\omega_2 t + \theta) dt \quad (\text{A.2})$$

onde τ é a variável da correlação R_{s_1, s_2} , tem-se, se $\omega_1 + \omega_2 \gg \frac{2\pi}{T}$ [CoMc86-pp.186-188]:

$$R_{s_1, s_2}(f_1, f_2, \tau = 0) = \frac{\sin(2\pi T(f_2 - f_1))}{2\pi T(f_2 - f_1)}. \quad (\text{A.3})$$

Fazendo $2f_d = f_2 - f_1$, é fácil de ver que os sinais são ortogonais se $2f_d = \frac{n}{2T}$ (ver Figura A.2).

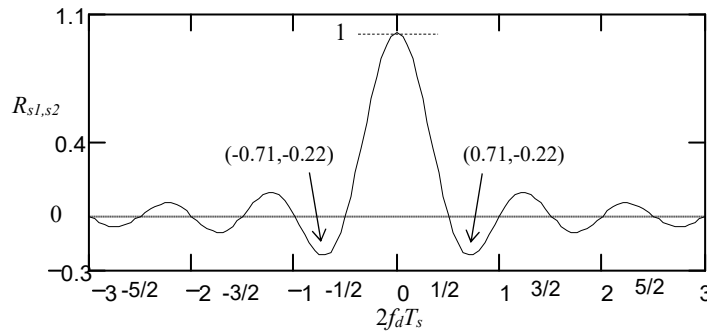


Figura A.2: Correlação cruzada $R_{s_1, s_2}(2f_d T)$ em função da separação de frequências. Assinalam-se os mínimos absolutos.

Recorrendo ao índice de modulação $h = 2f_d T_s$, fica $2f_d = \frac{h}{T_s}$. A separação mínima $2f_d$ corresponde a $n=1$ ou seja: $h=1/2$ (cf. Tabela 3.2), i.e., tem-se em MSK:

$$2f_d = \frac{1}{2T_s}. \quad (\text{A.4})$$

O receptor coerente de MSK é um receptor linear em ambos os ramos, semelhante ao receptor de QPSK, mas atendendo ao atraso de T_b no ramo I (ver e.g. [Hayk88-pp.299]).

A.3– Detecção incoerente

Se a detecção for não-coerente é possível obter a condição de ortogonalidade recorrendo à correlação (A.2) mas adicionando a um dos sinais uma fase θ' . Resulta que dever-se-á ter [CoMc86]:

$$2f_d = \frac{n}{T}, \quad n \in \mathbb{I}^+ \quad (\text{A.5})$$

O resultado pode ser obtido de uma forma mais evidente. Notando que interessa que os espectros $S_1(f)$ e $S_2(f)$ se anulem respectivamente em f_2 e f_1 , os espectros de sinais s_n de (A.1) são dados por

$$S_n(f) = \frac{2E_s}{T_s} \cdot \left| \text{TF} \{ \text{sen}(2\pi f_n t) \} * \text{TF} \left\{ \text{rect} \left(\frac{t - T_s/2}{T_s} \right) \right\} \right|^2, \quad n=1, 2. \quad (\text{A.6})$$

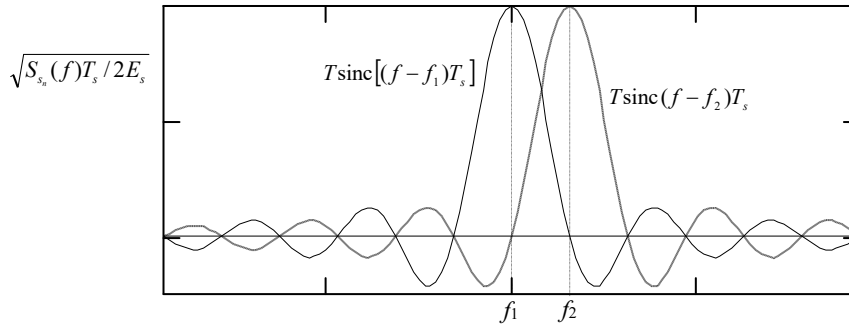


Figura A.3: Espectro $\sqrt{S_{s_n}(f)/A}$ ($n=1, 2$) para as frequências positivas dos dois impulsos $s_1(t)$ e $s_2(t)$ no caso da separação espectral mínima para detecção incoerente. Tem-se: $f_2 - f_1 = 2f_d = 1/T_s$.

Da análise espectral (Figura A.3) conclui-se que a separação de frequências $2f_d = f_2 - f_1$ deve múltipla inteira do ritmo binário ($R_s = 1/T_s$), isto é: $2f_d = \frac{n}{T_s}$, usando (A.5).

A separação mínima para detecção ótima coerente ocorre para $n=1$. O índice de modulação é neste caso: $h=1$ (cf. Tabela 3.2). A modulação obtida é conhecida como *FSK de Sunde*:

$$2f_d = \frac{1}{T_s}. \quad (\text{A.7})$$

O processo descrito permite imediatamente generalizar a condição de ortogonalidade para o caso M -ário com detecção incoerente. Os espectros dos símbolos têm de estar separados por:

$$2f_d = n \frac{1}{T_s}. \quad (\text{A.8})$$

A desmodulação não coerente da MSK – onde $2f_d$ é metade de (A.7) – compromete o desempenho em ≈ 3 dB [Skla88-Sec.7.9.2.1], como se disse na Secção 3.1.2.

A.4– Comparação entre FSK de Sunde e MSK

A obtenção de um sinal BFSK pode ser feita com um VCO (*voltage controlled oscillator*). Estes têm uma baixa velocidade de comutação (0.1 a 10 ms) e geram componentes indesejáveis no espectro

[Cerc88]. Um processo mais simples é fazer uma comutação entre dois geradores com frequências f_1 e f_2 e uma referência de sincronismo comum. As duas frequências e o tempo entre comutação entre bits (T_b) devem ser tal que os sinais tenham o mesmo valor em cada instante iT_b .

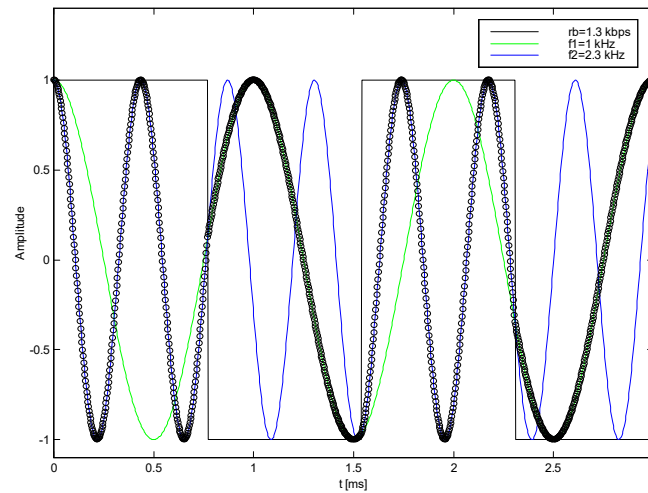


Figura A.4: FSK de Sunde. Verifica-se a continuidade do sinal obtido por comutação entre duas sinusóides com frequências $f_2 - f_1 = 1/T_b$ e com fase inicial igual (extraída de [MoPi99]).

A modulação FSK de Sunde observa esta propriedade. Existe continuidade de fase do sinal obtido por comutação ao ritmo $R_b = 1/T_b$ (ver Figura A.4). Analisando (A.7) percebe-se que isso acontece porque o símbolo $s_2(t)$ tem exactamente mais um ciclo do que $s_1(t)$ em cada intervalo T_b .

Pelo contrário, com a separação $2f_d$ da MSK, dada por (A.4), conduz a duas sinusóides que não se intersectam em iT_b (ver Figura A.5).

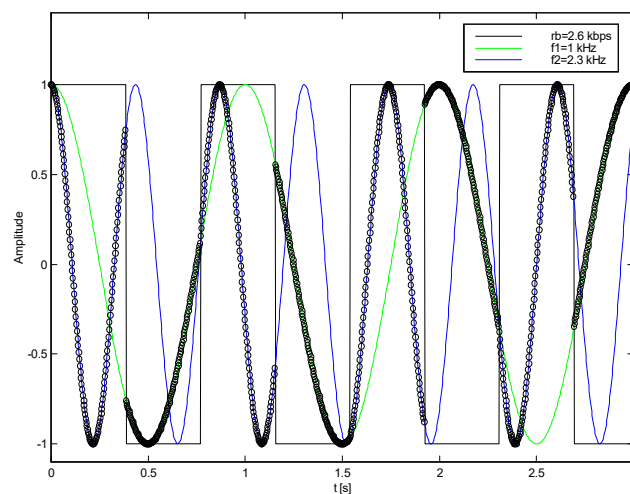
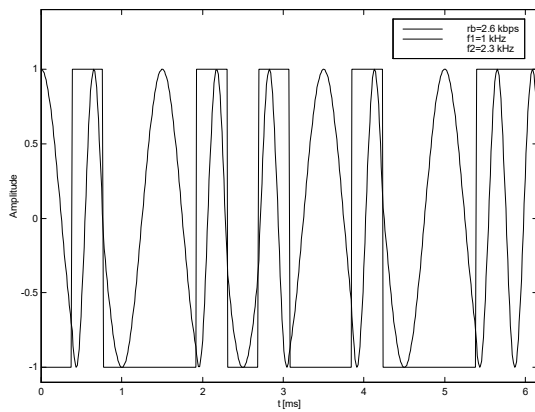


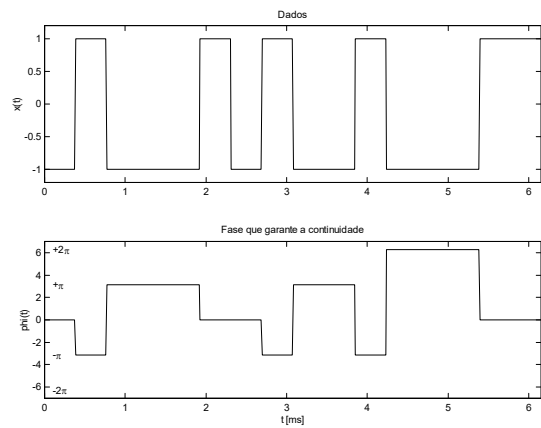
Figura A.5: Sinal BFSK obtido por comutação de duas sinusóides com frequências $f_2 - f_1 = 1/(2T_b)$ e com fase inicial igual (extraída de [MoPi99]).

A continuidade de fase é difícil de conseguir principalmente quando se usa salto na frequência [MoPi99]. Com o surgimento dos *synthesizadores de frequência digitais discretos* [Cerc88] é possível considerar sistemas CPFSK para qualquer separação entre as frequências dos símbolos.

Uma observação cuidada da Figura A.5 sugere que pode existir continuidade nos pontos de comutação se uma das sinusóides trocar de sinal em certos bits adequados, ou seja, se a fase desse sinal fosse $\varphi = \pm\pi$ durante esses bits. A evolução da fase que garante essa propriedade é a dada em 4.8. A expressão (4.32) evidencia o carácter markoviano da MSK: φ_i depende apenas de φ_{i-1} e dos dados a transmitir. A modulação MSK pode pois ser vista como uma *cadeia de Markov*, detectável por MLSD. Na Figura A.6 mostra-se a evolução de φ_i , que para a mesma sequência de dados da Figura A.5, gera o sinal de fase contínua.



(a) Sinal MSK obtido por comutação entre dois geradores com correcção de fase em $s_2(t)$



(b) Evolução da fase φ_i que permite a continuidade em iT_b

Figura A.6: Obtenção da MSK adicionando memória à BFSK. Usou-se a mesma sequência de bits da Figura A.5 (extraída de [MoPi99]).

Anexo B

Notações em codificação convolucional

Neste anexo aborda-se sumariamente a codificação convolucional.

B.1– Definição

Os códigos de canal dividem-se em duas grandes famílias: *códigos de blocos* e *códigos convolucionais*. Nos códigos pertencentes à segunda não existe um mapeamento de blocos de informação em palavras de código. A sequência de bits informação, α , é transformada noutra sequência, β , de maior dimensão, gerada de forma contínua. Cada bit da sequência codificada é obtido pela soma módulo 2 de $K+1$ bits α_i , em que K é o número de bits armazenados (*memória do código*). Em cada iteração entram μ bits e saem η bits, dizendo-se que o código possui razão $\nu = \mu/\eta$. A geração da sequência codificada é feita num registo de deslocamento como o da Figura B.1.

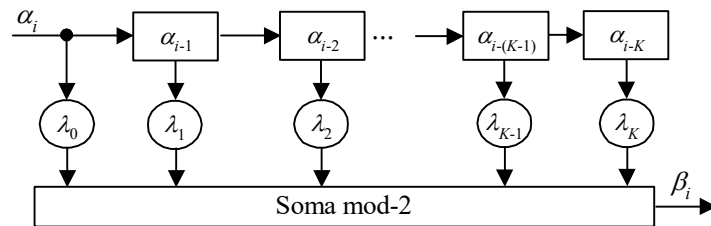


Figura B.1: Modelo geral dum codificador convolucional.

O esquema realiza uma convolução em GF(2) (campo de Galois de dimensão 2), lembrando que uma convolução discreta é definida como

$$x[i] * y[i] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]y[i - k]. \quad (\text{B.1})$$

Neste caso tem-se à saída do codificador

$$\beta_i = \sum_{k=0}^K \lambda_k \alpha_{i-k} = \sum_{j=i-K}^i \alpha_j \lambda_{i-j} \quad (\text{B.2})$$

pois $\alpha_i=0$ para $i<0$ e $\lambda_i=0$ para $i>K$. O nome deste tipo de codificação deve-se a esta relação.

De (B.1) para (B.2) existe uma modificação da notação. A primeira é mais usada para convoluções discretas em abstracto. A segunda é mais comum no contexto da codificação de canal ou em filtros igualadores.

B.2– Métodos de análise

Existe uma sub-classe de códigos (de blocos ou convolucionais) que permitem uma descrição da sua geração através de operações com polinómios. Estes dizem-se *códigos polinomiais*.

Nos códigos de blocos a grandeza que estabelece a capacidade correctora de um código é a *distância de Hamming*:

$$d_H(\alpha, \alpha') = \sum_{i=1}^{N_b} \alpha_i \oplus \alpha'_i. \quad (\text{B.3})$$

Chama-se *distância livre* dum código convolucional ao *peso de Hamming* (número de bits diferentes) mínimo possível entre quaisquer duas sequências que divirjam numa certa iteração i e que se fundam novamente após algumas iterações. Este conceito assume nos códigos convolucionais um papel análogo ao da distância de Hamming nos códigos de blocos.

A obtenção da distância livre nem sempre é fácil. Uma forma expedita de a obter é usar a transformação $T(D,L,I)$, obtida por inspecção do grafo do código – ver e.g. [ViOm79-Cap.4]. Este e outros métodos de análise dos códigos convolucionais estão descritos em diversa bibliografia, e.g. [BeBC87-Cap. 9].

Anexo C

Detecção binária MAP e ML

Neste anexo descreve-se o caso particular da detecção de símbolos binários. Note-se que não se aborda aqui o problema da detecção de sequências mas apenas o da detecção de observações singulares. Por isso, abandona-se o índice temporal k quer nas observações quer nos símbolos da fonte.

No critério MAP (máximo *a posteriori*) a decisão é feita com base nas probabilidades *a posteriori* (e.g. [Tree68-Sec.1.2]). Estas podem ser vistas como um “refinamento” das probabilidades *a priori* das M classes, $p(\alpha_i)$. A detecção será dada por

$$\max_{\alpha_i} P(\alpha_i|y). \quad (\text{C.1})$$

Fazendo uso da fórmula de Bayes sabe-se que

$$P(\alpha_i|y) = \frac{p(y|\alpha_i)P(\alpha_i)}{p(y)}, \quad i=1, \dots, M \quad (\text{C.2})$$

onde $p(y|\alpha_i)$ é a *função de verosimilhança* do sinal recebido, y , condicionado pela emissão α . $p(y)$ é a fdp do sinal sobre todo o espaço de classes do sinal, *i.e.*:

$$p(y) = \sum_{i=1}^M p(y|\alpha_i)P(\alpha_i). \quad (\text{C.3})$$

O denominador de (C.2) não depende de α , logo não desempenha qualquer papel no problema de maximização; é apenas um factor de escala.

Considere-se agora o problema binário, definindo as hipóteses:

$$\begin{cases} \text{Hip.1} \leftrightarrow \alpha = +1 \\ \text{Hip.2} \leftrightarrow \alpha = -1 \end{cases} \quad (\text{C.4})$$

Pelo critério MAP, a decisão traduz-se em escolher Hip. 1 ou Hip. 2 da forma:

$$\begin{cases} \text{Hip.1 se } P(\alpha = +1|y) > P(\alpha = -1|y) \\ \text{Hip.2 se } P(\alpha = +1|y) < P(\alpha = -1|y) \end{cases} \quad (\text{C.5})$$

A abordagem bayesiana permite também escrever

$$\begin{cases} \text{Hip.1 se } p(y|\alpha = +1)P(\alpha = +1) > p(y|\alpha = -1)P(\alpha = -1) \\ \text{Hip.2 se } p(y|\alpha = +1)P(\alpha = +1) < p(y|\alpha = -1)P(\alpha = -1) \end{cases} \quad (\text{C.6})$$

Finalmente, definindo uma *razão de verosimilhança*

$$\rho_{ML} = \frac{P(\alpha = +1|y)}{P(\alpha = -1|y)} = \frac{p(y|\alpha = +1)P(\alpha = +1)}{p(y|\alpha = -1)P(\alpha = -1)} \quad (\text{C.7})$$

a decisão (C.5) é simplesmente

$$\begin{cases} \text{Hip.1 se } \rho_{ML} > 1 \\ \text{Hip.2 se } \rho_{ML} < 1 \end{cases} \quad (\text{C.8})$$

Ou, usando

$$\log \rho_{ML} = \log \left(\frac{p(y|\alpha = +1)}{p(y|\alpha = -1)} \right) + \log \left(\frac{P(\alpha = +1)}{P(\alpha = -1)} \right), \quad (\text{C.9})$$

(C.8) fica

$$\begin{cases} H_1 & \text{se } \log \rho_{ML} > 0 \\ H_2 & \text{se } \log \rho_{ML} < 0 \end{cases} \quad (\text{C.10})$$

Na Figura C.1 mostram-se as funções de verosimilhança num caso binário gaussiano em que existe equiprobabilidade das classes: $P(\alpha_i)=0.5$. Em geral, $p(y)$ seria a soma das duas funções de verosimilhança afectadas pelas probabilidades $P(\alpha_i)$, tal como expresso em (C.3).

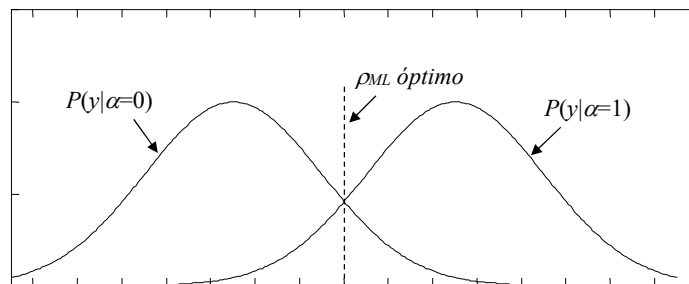


Figura C.1: Exemplo de funções de verosimilhança num problema de detecção binária; caso gaussiano.

Num caso binário equiprovável, o classificador de máximo *a posteriori* (MAP) degenera numa *detecção de máxima verosimilhança* (ML – *maximum likelihood*). Usando esse critério, pode-se escolher, por exemplo o sinal “1”, simplesmente com base em

$$P(y_i|\alpha = 1) > P(y_k|\alpha = 0). \quad (\text{C.11})$$

O *critério de máxima verosimilhança* pode ser interpretado como a procura do valor α que melhor explica a observação y . É interessante notar que o critério de máxima verosimilhança é o caso particular dum classificador MAP em que o conhecimento *a priori* é nulo, ou seja:

$$\frac{\partial p(\alpha)}{\partial \alpha} = 0. \quad (\text{C.12})$$

Anexo D

Detecção de sequências

“O problema do menor-caminho ... pode ser resolvido de forma muito simples (...) da seguinte forma: Construa um modelo de corda da rede de deslocações onde os nós representam cidades e os comprimentos das cordas representam distâncias (ou custos). Pegue no nó “Los Angeles” com a sua mão esquerda e o nó “Boston” na direita e afaste-os. Se o modelo ficar baralhado, desate e reate os nós até o que o emaranhado esteja resolvido. Eventualmente, um ou mais caminhos surgirão bem estendidos – eles constituem caminhos de menor distância alternativos. (...) Será bom nomear os nós uma vez que após uma ou duas utilizações do modelo as suas identidades serão facilmente confundíveis.”

(G. J. Minty, “A comment on the shortest-route problem”, Operational Research, vol. 5, p. 724, Oct. 1957)¹

Neste anexo faz-se um enquadramento do problema para o qual o algoritmo de Viterbi fornece solução: a detecção, em ambiente com AWGN, de sequências ou estados de cadeias de Markov usando o critério MAP.

D.1– Definição do problema

Um processo estocástico discreto possui carácter markoviano quando a estatística dos estados S_k é tal que

$$P(S_i | S_0, S_1, \dots, S_{i-1}) = P(S_i | S_{i-1}). \quad (\text{D.1})$$

A expressão (D.1) reflecte o caso particular de um processo de Markov de primeira ordem.

Um processo observado indirectamente após uma função que poderá retirar o carácter markoviano às observações y_i cai no âmbito dos *modelos de Markov não observáveis* (HMM – *hidden Markov*

¹ Tradução do original citado em [Forn73].

Models) [DePH93-Sec. 12.2]. A função referida “esconde”² o modelo verdadeiro que se pretende detectar. A sequência S de estados S_k não é observável directamente, mas afecta a sequência dos acontecimentos observados. Na Figura D.1 o primeiro bloco corresponde à extracção de parâmetros do modelo, o segundo é o *modelo da dinâmica* e o último bloco é o *modelo das observações*.

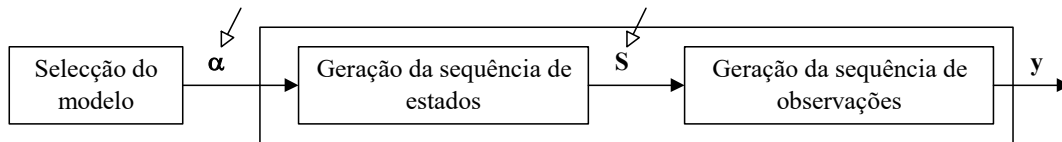


Figura D.1: Modelo de Markov não observável. Assinalam-se as sequências não observáveis directamente (adaptada de [Marq99]).

Diz-se que os HMM são *autómatos estocásticos de estados finitos* pois existe um processo estocástico associado a cada estado.

Sendo $\{0, 1, \dots, S-1\}$ os S estados possíveis, as probabilidades de transição entre eles, $P(S_k | S_{k-1})$, podem ser escritas na *matriz de transições*:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} P(0|0) & P(0|1) & \dots & P(0|M-2) & P(0|M-1) \\ & \ddots & & & \\ & & P(i|j) & & \\ & & & \ddots & \\ P(M-1|j) & P(M-1|2) & \dots & P(M-1|M-2) & P(M-1|M-1) \end{bmatrix}. \quad (\text{D.2})$$

Quando as VA's do processo markoviano tomam apenas valores discretos, o processo denomina-se uma *cadeia de Markov* (CM) [Marq99-Sec.6.4.3, Seba98-AnexoH].

Considere-se uma CM M -ária de ordem K . Um processo deste tipo é modelizado com um “registo de deslocamentos” com K posições de memória, como o representado na Figura D.2.

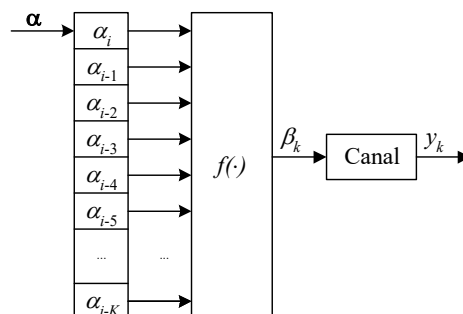


Figura D.2: Modelo duma CM gerada num “registo de deslocamento” de dimensão $K+1$, observada após uma função $f(\cdot)$ e um canal sem memória.

² Por isso o nome em inglês *hidden markov model*.

Em cada instante k , o estado S_i é definido por $K+1$ símbolos dum alfabeto M -ário. Os estados e as transições, τ_k , são respectivamente:

$$S_k = (\alpha_{i-1}, \dots, \alpha_{i-K}) \quad (D.3)$$

$$\tau_k = (\alpha_k, \alpha_{k-1}, \dots, \alpha_{k-K}). \quad (D.4)$$

O número de estados é pois

$$S = M^K \quad (D.5)$$

e o número de transições é $\Xi = M^{K+1}$ uma vez que estas dependem do valor da entrada actual, α_k .

O conhecimento das sequências das transições, τ , é equivalente ao conhecimento da sequência de estados percorridos, S e vice-versa. Existe a seguinte relação biunívoca entre os dois blocos destacados na Figura D.1:

$$\tau_k = (S_{i+1}, S_i). \quad (D.6)$$

Em cada troço da treliça (i.e., na *treliça condensada*) o número de transições possíveis é $\zeta \leq S^2$. O máximo, S^2 , obtém-se quando cada estado pode transitar para qualquer outro com probabilidade não nula.

D.2– Solução MAP

Pelo critério de máxima probabilidade *a posteriori* (MAP), a sequência detectada, $\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{a}^{(i)}$, é dada pelo classificador

$$P(\mathbf{a}^{(i)} | \mathbf{y}) = \max_{\text{todas } \mathbf{a}^{(i)}} P(\mathbf{a}^{(i)} | \mathbf{y}) \quad (D.7)$$

onde $\mathbf{a}^{(i)}$ é uma das possíveis sequências transmitidas e \mathbf{y} é a sequência observada.

Dadas as relações (D.3) e (D.6), que relacionam os bits de informação com os estados e com as transições, o critério é equivalente a

$$P(\hat{\boldsymbol{\tau}} | \mathbf{y}) = \max_{\text{todas } \boldsymbol{\tau}^{(i)}} P(\boldsymbol{\tau}^{(i)} | \mathbf{y}) \quad (D.8)$$

sendo $\hat{\boldsymbol{\tau}} = \boldsymbol{\tau}^{(i)}$ a sequência de transições detectada.

Pela regra de Bayes, (D.8) é também

$$P(\hat{\boldsymbol{\tau}}|\mathbf{y}) = \max_{\text{todas } \boldsymbol{\tau}^{(l)}} P(\mathbf{y}|\boldsymbol{\tau}^{(l)})P(\boldsymbol{\tau}^{(l)}). \quad (\text{D.9})$$

A aplicação do critério na detecção de cadeias de Markov não é tão simples quanto no caso da detecção binária (Anexo C). A detecção de cadeias de Markov após N_s símbolos observados, envolve a selecção de uma sequência entre M^{N_s} possíveis quando os símbolos observados pertencem a um domínio M -ário.

Em canais sem memória, as observações y_i são afectadas pelo canal de forma independente, sendo possível escrever (abandonando o índice l)

$$P(\mathbf{y}|\boldsymbol{\tau}) = \prod_{k=1}^{N_s} P(y_k|\tau_k) = \prod_{k=1}^{N_s} \prod_{j=1}^n P(y_{kj}|\tau_{kj}). \quad (\text{D.10})$$

Em (D.10) considerou-se uma sequência de N_s observações y_i , cada uma com n símbolos. A generalização para sequências de dimensão infinita faz-se com $N_s=\infty$.

Sendo o modelo do processo uma CM, a probabilidade de uma sequência particular é

$$P(\boldsymbol{\tau}) = \prod_{i=1}^{N_s} P(\tau_i). \quad (\text{D.11})$$

Quando os factores $P(y_{kj}|\tau_{kj})$ de (D.10) assumem valores reduzidos, podem surgir problemas numéricos que introduzem erros. Além disso, implementar uma soma é mais fácil que um produto. Assim, é preferível trabalhar com *funções de verosimilhança logarítmicas*, vindo

$$\Gamma(\boldsymbol{\tau}) = -\sum_{i=1}^{N_s} \log P(y_i|\tau_i) - \sum_{i=1}^{N_s} P(\tau_i) = -\sum_{k=1}^{N_s} \sum_{j=1}^n \log P(y_{kj}|\tau_{kj}) - \sum_{i=1}^{N_s} P(\tau_i). \quad (\text{D.12})$$

Tem-se agora um problema de minimização dum custo dado por Γ . Note-se que as sequências de probabilidade nula têm um custo infinito. Uma técnica que fornece uma solução para o problema geral descrito é a *Programação Dinâmica*. Nesta solução abstracta ir-se-á reencontrar a noção de distância, tal como introduzida na Secção 2.2.1.

D.3– Programação Dinâmica

A Programação Dinâmica (PD), permite encontrar o caminho de menor custo entre dois estados pertencentes a um espaço de estados m -dimensional [Marq99-Sec.6.3].

Por exemplo, sendo os estados bidimensionais ($m=2$) $S_i=(i,j_i)$, define-se a distância incremental (cf. Secções 2.2.1 e 3.1.3) associada às transições entre os estados S_i e S_{i-1} como (ver Figura D.3):

$D_i[(i, j), (i_{i-1}, j_{i-1})]$. Sendo $D_{\min}(i_i, j_i)$ a distância desde o estado $(0, 0)$ até ao estado (i_k, j_k) através do melhor caminho, prova-se que [DePH93-Sec.11.2, Marq99-Sec.6.3]:

$$D_{\min}(i_i, j_i) = \min_{(i_{i-1}, j_{i-1})} \{D_{\min}(i_{i-1}, j_{i-1}) + D_i[(i_i, j_i)|(i_{i-1}, j_{i-1})]\} \quad (D.13)$$

o que permite inferir que podemos encontrar o percurso óptimo expandindo um sub-caminho óptimo. Note-se que um sub-caminho que não fosse óptimo implicaria a existência doutro sub-caminho de custo menor entre esses dois estados. Esse percurso tornaria ao caminho total com um custo inferior, provando que o inicial não era o óptimo.

A propriedade (D.13) está na base do AV. Este é uma forma estocástica de programação dinâmica uma vez que os custos atribuídos às transições entre estados são entidades com uma parte pré-conhecida (matriz **A**) e uma parte estocástica dependente da observação.

Na Figura D.3 mostra-se um exemplo dum resultado final após a procura do caminho de menor custo entre dois estados havendo N_s iterações entre eles e S estados possíveis. O exemplo não é geral; aplicou-se uma restrição que aproxima a PD do caso particular que se pretende descrever: o algoritmo de Viterbi. Na realidade, a Figura D.3 não é mais que a procura dum caminho óptimo no grafo de uma CM.

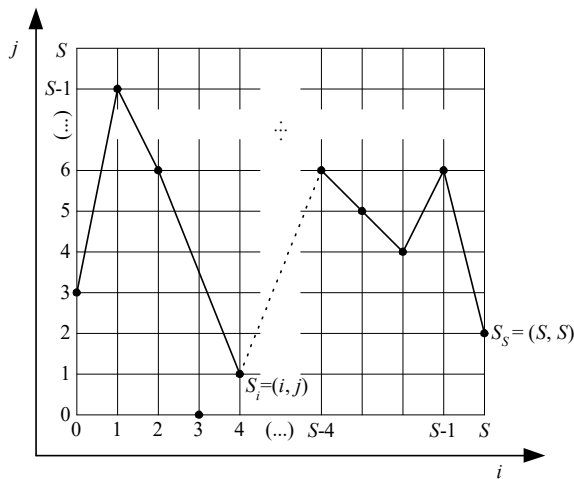


Figura D.3: Ilustração dum percurso óptimo obtido por PD. Mostra-se um caso em que só se permitem transições da forma: $(k, S_k) \rightarrow (k+1, S_{k+1})$.

Anexo E

O algoritmo de Viterbi

Neste capítulo formula-se o algoritmo de Viterbi realçando os aspectos que têm implicação na descodificação de CPM proposta no trabalho. Abordam-se os aspectos de implementação em *software* e *hardware*. O algoritmo é exemplificado no âmbito da codificação de canal.

E.1– Considerações gerais

Na sua apresentação, em 1967, o algoritmo surgiu como uma solução para a descodificação de códigos convolucionais. Note-se que, apesar dos códigos convolucionais terem sido sugeridos em 1955 por Elias [Eli55], em 1967 a abordagem da codificação convolucional com diagramas de transições entre estados (grafos ou treliças) ainda não estava divulgada. Andrew J. Viterbi apresentou o algoritmo de uma forma apenas simbólica e de difícil interpretação [Vite67]. A introdução de treliças a partir de 1969 aclarou o carácter bastante intuitivo do algoritmo.

O AV recolhe contribuições de várias áreas, tal como se mostra na Figura E.1. Poder-se-á reconhecer que o algoritmo é uma instância da técnica de Programação Dinâmica (ver D.3) uma vez que podemos defini-lo como um problema de minimização de uma distância (*custo* ou *métrica*) num domínio de transições possíveis duma cadeia de Markov.

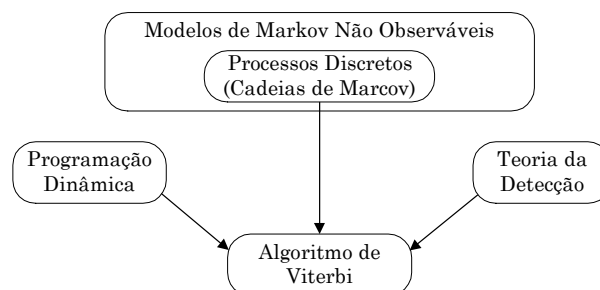


Figura E.1: Enquadramento do algoritmo de Viterbi.

O AV encontra aplicação em muitos outros domínios para além da descodificação de canais

digitais. São exemplo a desmodulação de sinais CPM ou de resposta parcial, anulação da interferência inter-simbólica (ISI – *intersymbol interference*) [Haye02, Forn73] ou mesmo no reconhecimento de fala contínua [NeOr99, DePH93-Sec.12.2].

E.2– Explicitação do algoritmo

O Algoritmo de Viterbi realiza uma descodificação directamente baseada na treliça, usando um critério MAP. Consiste num processo recursivo que evita a necessidade de considerar todos os trajectos possíveis no grafo para comparação com a sequência recebida. O processo de eliminação é feito à medida que a sequência é recebida. Em cada instante i o AV escolhe para cada um dos S estados qual o percurso de menor custo³ que termina nesse estado. Todos os caminhos que, no instante i , chegaram a S_i mas que não são o de menor custo são eliminados. Reduz-se assim o número de percursos possíveis em $i+1$ de S^2 (no máximo, isto é, quando todos os estados são pontos de chegada e de partida de transições) para apenas S percursos. Estes constituem os novos estados de partida no instante $i+1$. Após a obtenção da estimativa da sequência τ , o conhecimento de S e α é imediato; dado por (D.6). Em cada ciclo fazem-se os seguintes procedimentos (ver também Figura E.2):

- 1- Calculam-se as distâncias da observação y_i às S^2 transições possíveis, definindo-se assim os custos das transições;
- 2- Para cada um dos estados calcula-se o custo acumulado somando os custos (métricas) das transições, $\Lambda(\tau_b)$, aos custos (métricas) acumulados, $\Gamma(S_i)$;
- 3- Memorizam-se apenas, para cada estado, o menor custo final acumulado bem como o percurso correspondente sobrevivente, $\hat{S}(S_k)$.

Quando as métricas acumuladas ultrapassam um certo valor limiar em todos os ramos, deve proceder-se a uma renormalização das mesmas. Isso não altera a decisão pois o passado dos percursos já é conhecido.

A dimensão da memória necessária cresce linearmente com o número de estados e de forma exponencial com a ordem da cadeia de Markov, K , como se viu na expressão (D.5). A dimensão dos percursos memorizados cresce com o tamanho da sequência recebida. A necessidade de armazenar todos os percursos sobreviventes, assim como o seu custo, é incompatível com uma memória fisicamente limitada. A memória torna-se o principal componente limitador da implementação quer em *hardware* quer em *software* do AV.

³ Também se designa por *peso* ou *comprimento*. Em codificação de canal com decisão rígida é identificável com o peso de Hamming do padrão de erros estimado em cada uma das Ξ transições.

Verifica-se que os estados passados tendem a convergir num só percurso quando se olha para o passado dos estados sobreviventes na treliça. Por isso, em vez de se fazer a detecção no final da sequência (em $i=N_s$), é usual efectuar em cada instante i a decisão do símbolo $\gamma_{i-\delta}$. Como precaução, é tomado o símbolo armazenado no percurso de maior métrica. Se δ for suficientemente elevado, a degradação da detecção não é grande devido à convergência referida. Um valor de $\delta=4$ ou 5 é, no caso da descodificação de canal, suficiente para que uma detecção próxima da óptima, feita com $\delta=N_s$ [Skl88-Sec.6.3.4]. Para CPM, os valores de δ foram dados na Tabela 3.3. Em qualquer caso, deverá ter-se sempre $\delta > d_{min}$. Com o “artifício” descrito, a memória passa a ter a dimensão $\delta \cdot M^K$. O valor de δ pode ser minimizado se a decisão recair sobre o símbolo mais antigo do caminho de métrica menor até esse instante.

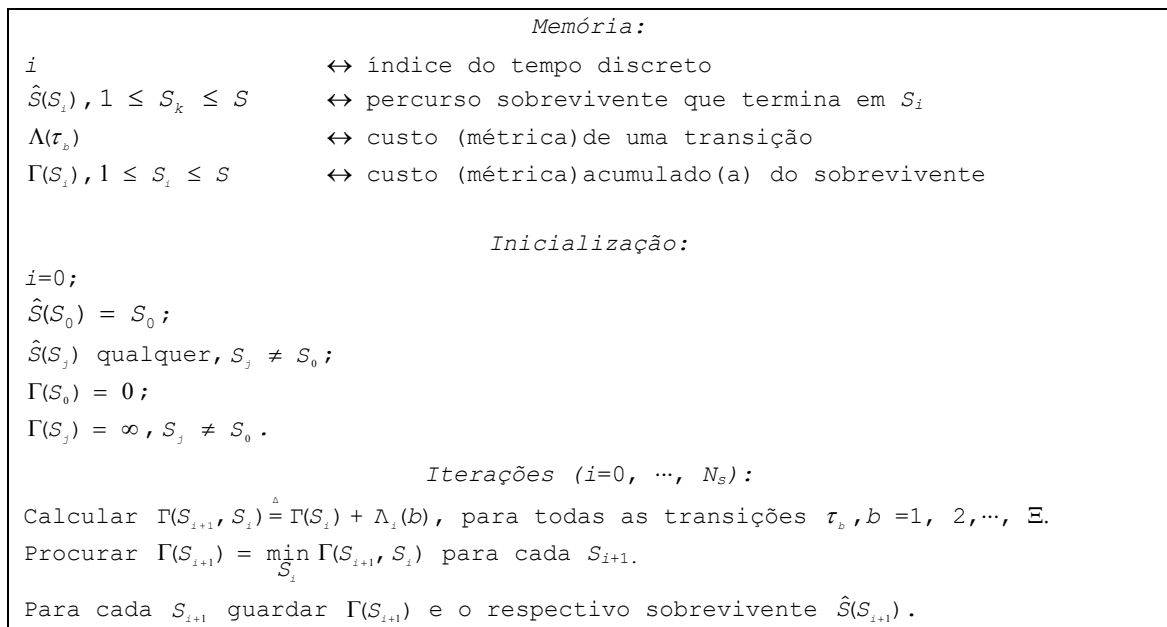


Figura E.2: Descrição do algoritmo de Viterbi.

É possível substituir a métrica $\in \nabla$ por um valor associado a um determinado intervalo limitado (ou não, no caso dos extremos) resultante duma quantificação do domínio das métricas. Isso é quase sempre implementado em codificação de canal binária, sendo 8 o valor típico para o número de segmentos. A este processo chama-se *decisão suave*, em oposição ao método em que a métrica é armazenada de uma forma binária, denominado por *decisão rígida*. Em CPM não é possível fazer uma MLSD baseada em decisões rígidas pois não é possível usar como métrica uma distância de Hamming (Anexo B), mas apenas a distância euclidiana.

E.3– Exemplo de aplicação

Considere-se o codificador de canal, do tipo convolucional, descrito na Figura E.3(a). Este codificador é pois um caso particular do modelo geral das cadeias de Markov (Figura D.2).

Os percursos possíveis obtêm-se facilmente do diagrama de estados da Figura E.3 (b), equivalente à treliça da Figura E.4(a).

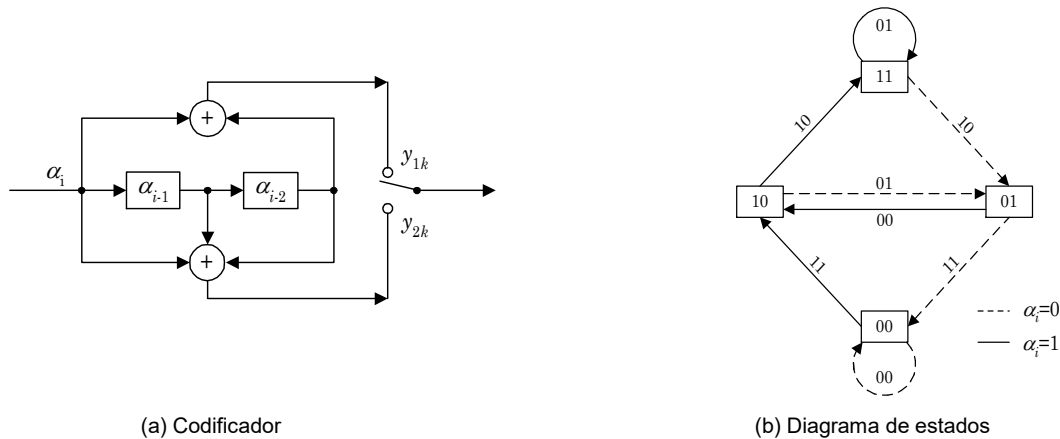


Figura E.3: Código convolucional (2,1).

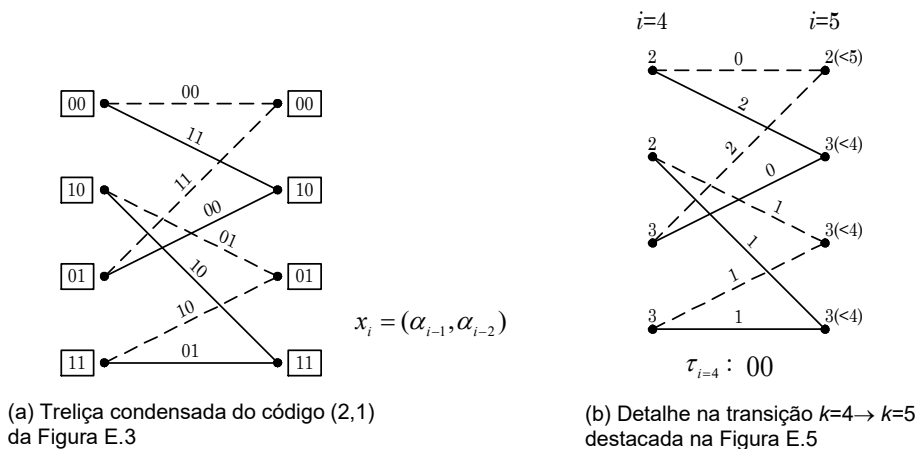


Figura E.4: Treliças condensada e detalhe de um caso de descodificação com o AV.

Na Figura E.4(b) apresentou-se em pormenor a contabilização dos custos na transição entre a quarta e quinta iterações do exemplo da Figura E.5. A identificação das transições nas Figuras E.4 e E.5 é a que foi estabelecida na Figura E.3(b).

É de salientar que na descodificação de canal, o custo acumulado de caminho dá a informação do número de erros que ocorreram durante o mesmo, como se pode verificar na Figura E.5.

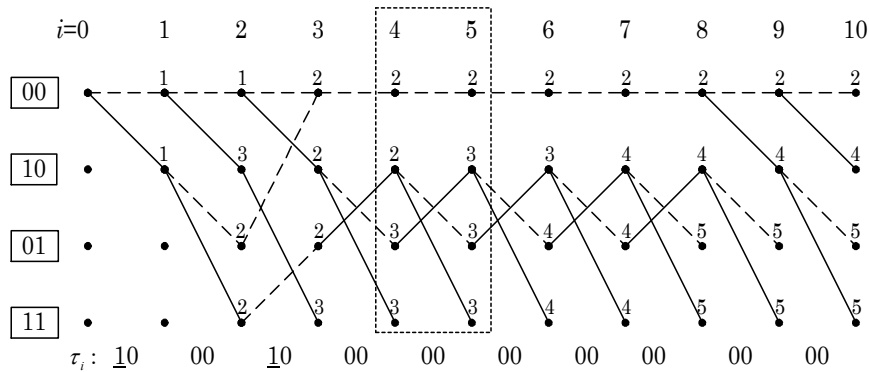


Figura E.5: Exemplo da decodificação de uma sequência usando o código convolucional (2,1) da Figura 4.2.

E.4– Aspectos de implementação

Quando os símbolos de \mathbf{a} são binários ($m=2$), a cada estado S_i apenas podem corresponder dois estados S_{i+1} . Geralmente podemos isolar 2^{K-1} conjuntos de estados que possuem transições apenas entre elementos desse conjunto tal como se indica na Figura E.6.

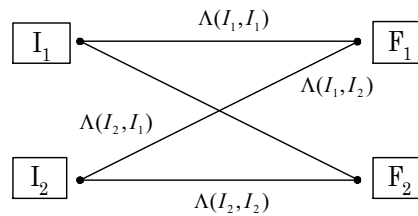


Figura E.6: Transições entre os estados de um conjunto elementar de uma cadeia binária. I_n – estados iniciais; F_n – estados finais.

Essa separação permite a realizar o AV recorrendo a um conjunto de blocos elementares que implementem em *hardware* ou *software* um conjunto de operações básicas. Esse conjunto é apresentado na Figura E.6 para o caso particular duma CM de 4 estados como a considerada em E.3.

Um outro aspecto de implementação a referir é o sincronismo de transições. Quando as observações y_i são compostas por n símbolos, torna-se necessário conhecer as fronteiras entre observações. Essa tarefa é realizável sem necessidade de informação adicional. Pode ser feita controlando o ritmo de crescimento dos custos dos percursos, R_T , ou a taxa de convergência do passado dos estados sobreviventes, $R_{\hat{x}}$ [Skla88,Sec.6.3.5]. Quando estes valores passam por um limiar pré-definido, declara-se que há falta de sincronismo. Obviamente, a R_T deve-se associar um

limite superior e a $R_{\hat{x}}$ um limite inferior.

Para facilitar a escolha do último ramo do sobrevivente, interessa que o último estado seja conhecido. Para tal usam-se seqüências da forma

$$\mathbf{\alpha} = (\dots, 0, \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{N_s-K}, 0, \dots, 0) \quad (\text{E.1})$$

que conduzem a um estado final em $i=N_s+K$ com K zeros no registo (estado '0'). Assim, para além da redundância contabilizada na razão do código, ν , definida em (3.28), existe a adição desta cauda

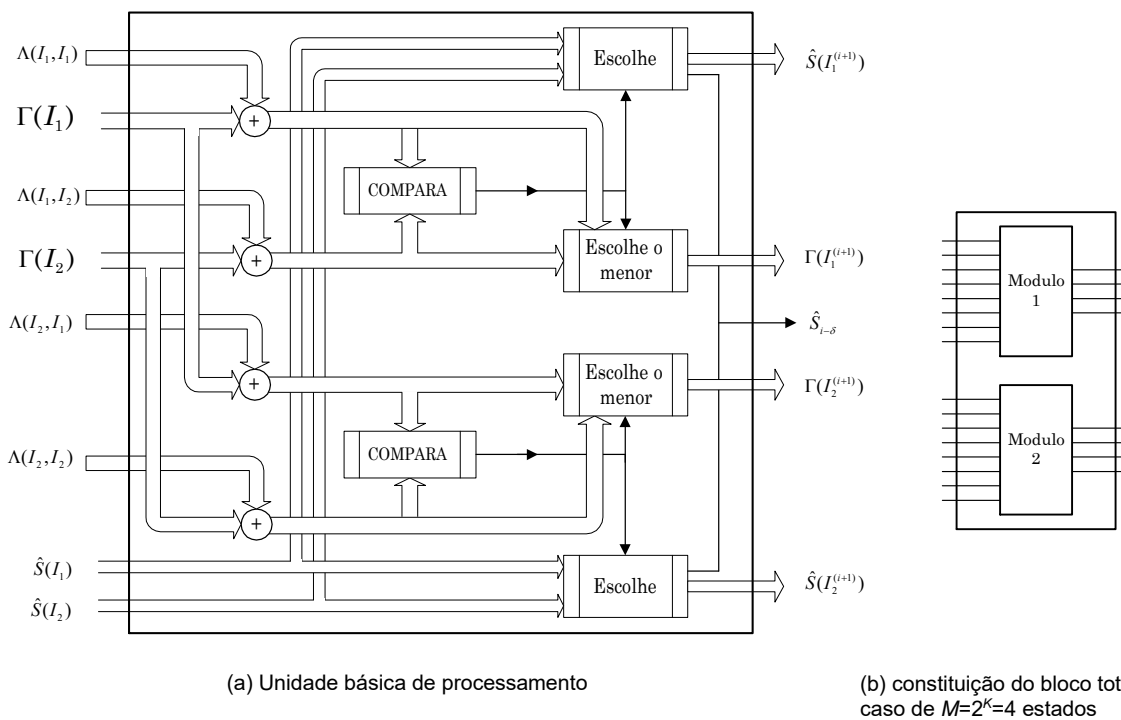


Figura E.7: Processamento do AV no caso binário (adaptada de [Forn73]).

E.5– Considerações gerais

O AV só pode ser usado quando o processo a detectar for identificável com uma cadeia de Markov. Caso contrário não seria possível definir uma treliça estacionária (mesmo que periódica). Um dos pontos essenciais que permitem a aplicação do algoritmo é o facto de as transições possíveis serem sempre as mesmas em cada intervalo.

Uma grande vantagem do AV é a complexidade do problema não crescer de forma exponencial com o comprimento da seqüência recebida. Porém, a dimensão da memória necessária cresce de forma exponencial com a ordem da cadeia de Markov – cf. (D.1). A redução da complexidade relativamente

a uma descodificação de máxima verosimilhança exaustiva deve-se à eliminação de certas sequências que não poderiam ser candidatas a ser a “sequência mais verosímil”. Em cada instante só estão armazenados M percursos, terminando cada um num dos M estados.

O AV não é sempre a melhor solução. É pouco adequado para a detecção de cadeias de Markov de ordem elevada. Em codificação de canal, é preferível usar a descodificação sequencial para a descodificação de códigos longos (K elevado), caracterizados por um maior ganho assintótico.

Anexo F

Aspectos de simulação

Neste anexo descrevem-se alguns aspectos da implementação em *software* do sistema estudado. As três primeiras secções abordam aspectos formais do uso do equivalente passa-baixo e a última justifica a base usada na modulação RF.

F.1 – Equivalente passa-baixo

Sendo

$$x(t) = \text{Re}\{x_{pb}(t) \exp(j2\pi f_c t)\} \quad (\text{F.1})$$

o sinal equivalente passa-baixo (EPB) é o complexo

$$x_{pb}(t) = x_{pbl}(t) + j x_{pbQ}(t). \quad (\text{F.2})$$

Como

$$\exp(j2\pi f_c t) = \cos(2\pi f_c t) + j \text{sen}(2\pi f_c t) \quad (\text{F.3})$$

substituindo (F.2) e (F.3) em (F.1) tem-se

$$x(t) = x_{pbl}(t) \cos(2\pi f_c t) - j x_{pbQ}(t) \text{sen}(2\pi f_c t). \quad (\text{F.4})$$

Também se pode escrever a envolvente complexa como

$$x(t) = |x_{pb}(t)| \cdot e^{j \arg\{x_{pb}(t)\}} \quad (\text{F.5})$$

ou seja, um vector complexo, fixo na origem, de amplitude e fase variável.

A expressão (F.1) pode ser escrita na forma

$$x(t) = \frac{1}{2} [x_{pb}(t) \exp(j2\pi f_c t) + x_{pb}^*(t) \exp(-j2\pi f_c t)] \quad (\text{F.6})$$

onde x_{pb}^* é o complexo conjugado de x_{pb} .

Aplicando as propriedades da Transformação de Fourier, o espectro de $x(t)$ é

$$X(f) = \frac{1}{2} [X_{pb}(f - f_c) + X_{pb}^*(-f - f_c)]. \quad (\text{F.7})$$

Verifica-se que o EPB descreve o processo passa-banda sem perda de informação. O espectro do equivalente em banda de base preserva a forma espectral do sinal original à parte dum factor de escala. Na verdade existe um isomorfismo entre $x(t)$ e $x_{pb}(t)$.

A utilização do EPB permite a análise de sistemas lineares definidos também nesta forma equivalente. No domínio do tempo um sistema é completamente caracterizado pela sua resposta impulsional

$$h_{pb}(t) = h_{pbl}(t) + j h_{pbQ}(t) \quad (\text{F.8})$$

relacionada com a resposta impulsional passa-banda por:

$$h(t) = 2h_{pbl}(t) \cos(2\pi f_c t) - 2h_{pbQ}(t) \sin(2\pi f_c t). \quad (\text{F.9})$$

A saída dos sistemas é obtida então a partir de

$$y_{pb}(t) = h_{pb}(t) * x_{pb}(t) \quad (\text{F.10})$$

A análise apresentada pressupõe sempre que $f_c T_s \gg 1$, ou seja, $\frac{f_c}{R_s} \gg 1$.

F.2 – Equivalente passa-baixo via transformada de Hilbert

A transformada de Hilbert (TH) de um sinal obtém-se pela convolução do mesmo com a resposta impulsional $h_H(t) = 1/(\pi t)$, $-\infty < t < \infty$, não causal. Assim, a sua realização física não é possível. No entanto pode ser aproximada numa gama limitada de frequências. A TH tem como efeito espectral a seguinte modificação (ver Figura F.1), definida em termos da sua TF:

$$\hat{X}(f) = -j \operatorname{sgn}(f) X(f). \quad (\text{F.11})$$

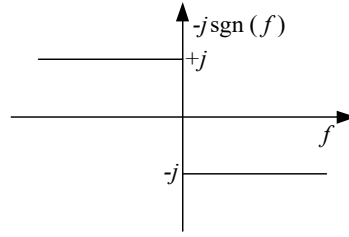


Figura F.1: Factor multiplicativo da transformada de Hilbert no domínio da frequência.

O resultado da aplicação da TH pode ser visto como uma rotação de 90° de fase de todas as frequências do sinal inicial. A sua dupla aplicação resultará naturalmente no resultado: $\hat{\hat{x}}(t) = -x(t)$.

Para obter o EPB é útil definir a *envolvente prévia* [Fran69-p.80]

$$x_{pe}(t) = x(t) + j\hat{x}(t). \quad (\text{F.12})$$

Como a TH não altera a norma, $\|\mathbf{x}\| = \|\hat{\mathbf{x}}\|$, então

$$\|\mathbf{x}_{pe}\| = \sqrt{2}\|\mathbf{x}\|. \quad (\text{F.13})$$

A TF desta pré-envolvente é

$$X_{pe}(f) = X(f) + j \cdot (-j \cdot \text{sgn } f)X(f) = \begin{cases} 2X(f) & , f > 0 \\ 0 & , f < 0 \end{cases} \quad (\text{F.14})$$

Relembrando que $x(t)$ é um sinal real modulado (espectro simétrico em torno de $+f_c$ e $-f_c$), o EPB obtém-se fazendo a translação

$$X_{pb}(f) = X_{pe}(f + f_c) \quad (\text{F.15a})$$

$$x_{pb}(t) = x_{pe}(t) \exp(-2\pi f_c t). \quad (\text{F.15b})$$

O sinal real pode ser gerado a partir do EPB através da translação inversa e da supressão da parte imaginária, i.e., da TH adicionada em (F.12).

$$x(t) = \text{Re}\{x_{pb}(t) \exp(2\pi f_c t)\}. \quad (\text{F.16})$$

Note-se que o factor de escala presente em (F.6) e (F.7) continua implícito nesta formulação, surgindo em (F.14).

F.3 – Sobre a base escolhida

A base ortonormada usada na tese como suporte dos ramos I e Q do sinal é

$$\psi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos(\omega_c t) \quad (\text{F.17a})$$

$$\psi_2(t) = -\sqrt{\frac{2}{T_s}} \text{sen}(\omega_c t). \quad (\text{F.17b})$$

Em modulações de fase e quadratura esta base é útil porque permite escrever:

$$x(t) = (x_{pbI} + jx_{pbQ})e^{j\omega_c t}. \quad (\text{F.18})$$

À parte as constantes normalizadoras da energia dos sinais (F.17), há a realçar o sinal “-” de (F.17b). Este permite que, quando a existe uma formatação PAM nos ramos (e.g QPSK), a polaridade dos bits do ramo Q do EPB se mantenha igual à do sinal original em banda modulada.

Repare-se que:

$$\begin{aligned} x(t) &= \text{Re} \left\{ (x_{pbI} + jx_{pbQ})e^{j\omega_c t} \right\} = \text{Re} \left\{ (x_{pbI} + x_{pbQ}e^{j\frac{\pi}{2}})e^{j\omega_c t} \right\} \\ &= \text{Re} \left\{ (x_{pbI}e^{j\omega_c t} + x_{pbQ}e^{j\omega_c t + \frac{\pi}{2}}) \right\} = x_{pbI} \cos(\omega_c t) + x_{pbQ} \cos\left(\omega_c t + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= x_{pbI} \cos(\omega_c t) - x_{pbQ} \text{sen}(\omega_c t). \end{aligned}$$

ou, de outra forma:

$$\begin{aligned} x(t) &= \text{Re} \left\{ (x_{pbI} + jx_{pbQ})e^{j\omega_c t} \right\} = \text{Re} \left\{ (x_{pbI} + jx_{pbQ})[\cos(\omega_c t) + j\text{sen}(\omega_c t)] \right\} \\ &= \text{Re} \left\{ x_{pbI} \cos(\omega_c t) + j[x_{pbQ} \cos(\omega_c t) + x_{pbI} \text{sen}(\omega_c t)] - x_{pbQ} \text{sen}(\omega_c t) \right\} \\ &= x_{pbI} \cos(\omega_c t) - x_{pbQ} \text{sen}(\omega_c t). \end{aligned}$$

Anexo G

Funções de Walsh

Este anexo mostra as características principais das funções de Walsh. Estas são vistas como sendo uma formatação binária antipodal das palavras de um código de blocos, aproveitando-se a essa característica para mostrar a sua ortogonalidade.

G.1 – Formas de construção

As funções de Walsh resultam da aplicação de uma formatação binária antipodal a um código de blocos cujas palavras são as linhas de uma *matriz de Hadamard* (e.g. [Proa01-pp.424]). Esses códigos são conhecidos como *códigos de Hadamard-Walsh*.

Em codificação de canal por blocos, a relação entre as palavras de código (blocos codificados), $\mathbf{a}=\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, e os blocos de informação associados, $\mathbf{b}=\{b_1, b_2, \dots, b_k\}$, é definida por uma *matriz geradora*, sendo: $\mathbf{a}=\mathbf{b}\cdot\mathbf{G}$. n é o número de símbolos das palavras de código e k o número de bits da palavra de informação associada.

Os códigos de Hadamard-Walsh são códigos de blocos lineares de estrutura $(n=2^k, k)$ e cujas matrizes geradoras verificam a relação recursiva

$$\mathbf{G}_k = \begin{bmatrix} 00\dots0 & 11\dots1 \\ \mathbf{G}_{k-1} & \mathbf{G}_{k-1} \end{bmatrix} \quad (\text{G.1})$$

para $k \geq 2$, sendo $\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Representando por \mathbf{W}_k a matriz $2^k \times 2^k$ constituída pelas 2^k palavras de código de dimensão 2^k , é fácil mostrar que

$$\mathbf{W}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{G.2a})$$

$$\mathbf{W}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{k-1} & \mathbf{W}_{k-1} \\ \mathbf{W}_{k-1} & \overline{\mathbf{W}}_{k-1} \end{bmatrix}, \text{ para } k > 1. \quad (\text{G.2b})$$

Aplicando uma formatação binária antipodal, obtêm-se então $F=2^k$ funções de Walsh:

$$w_{F,n}(t) = \sum_{k=0}^{F-1} w_{F,n}[j] \cdot \text{rect} \left[\frac{t - (T_s/(2F)) - k(T_s/F)}{T_s/F} \right], \quad n=0, 1, 2, \dots, F-1=2^k-1 \quad (\text{G.3a})$$

$$w_{ij} = \begin{cases} +1, \text{ símbolo de código } a_{ij} = 1 \\ -1, \text{ símbolo de código } a_{ij} = 0 \end{cases} \quad (\text{G.3b})$$

Cada função $w_{F,n}(t)$ possui $n=2^k$ símbolos formando a sequência $\mathbf{w}_{F,n}=[w_{n1}, w_{n2}, \dots, w_{nj}, \dots, w_{n2^k}]$.

O mecanismo de derivação das funções de Walsh é normalmente apresentado através de uma estrutura em árvore como a da Figura G.1.

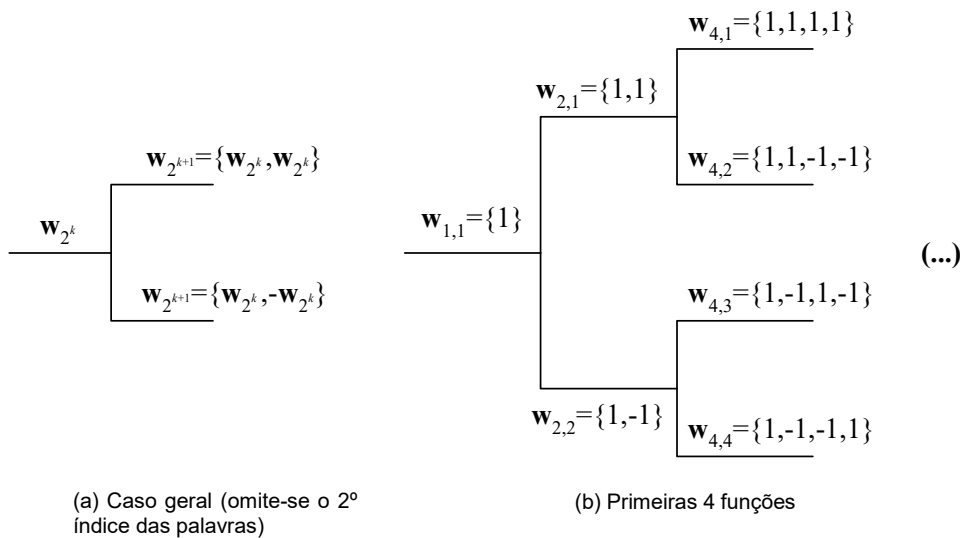


Figura G.1: Árvore de geração das palavras de um código de Hadamard-Walsh.

Para além da formulação no domínio dos códigos de canal e das árvores de geração, existe uma outra via para apresentar a construção das funções de Walsh em que são obtidas através do produto de funções rectangulares com diferentes frequências¹ (chamadas *funções de Rademacher* – ver [Mart99]).

G.2 – Ortogonalidade

A demonstração da ortogonalidade das funções de Walsh é mais fácil neste contexto, isto é, considerando-as como palavras de um código de blocos. A demonstração passa por ver que

$$\sum_{j=1}^F (w_{nj} \cdot w_{n'j}) = 0 \text{ para quaisquer sequências } w_{n'} \neq w_n.$$

¹ No sentido de número de transições por unidade da variável do domínio.

Se \mathbf{a} é uma palavra de código, então

$$|\mathbf{a}_n \oplus \mathbf{a}_{n'}| = \sum_{j=1}^{n=2^k} (a_{nj} \oplus a_{n'j}) \tag{G.4}$$

é o peso de Hamming da soma módulo 2 de duas palavras de código.

Sabe-se que todas as palavras de código têm peso $\eta/2$ (lembre-se que η é a dimensão das palavras de código; distinto do índice n das funções de Walsh). Por o código ser linear, $\mathbf{a}_n \oplus \mathbf{a}_{n'} \in \mathbf{W}_k$ (é uma palavra de código). Estes factos permitem escrever

$$|\mathbf{a}_n \oplus \mathbf{a}_{n'}| = \eta/2 = 2^{k-1}, \text{ para } n' \neq n. \tag{G.5}$$

A conversão $0/1 \rightarrow -1/+1$ corresponde a ter-se $w_{ij} = 2a_{ij} - 1$ e logo

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{2^k} (w_{nj} \cdot w_{n'j}) &= \sum_{j=1}^n (2a_{nj} - 1)(2a_{n'j} - 1) = (-1) \times |\mathbf{a}_n \oplus \mathbf{a}_{n'}| + (+1) \times [\eta - |\mathbf{a}_n \oplus \mathbf{a}_{n'}|] = \\ &= \eta - 2 \times |\mathbf{a}_n \oplus \mathbf{a}_{n'}|. \end{aligned} \tag{G.6}$$

Substituindo (G.5) em (G.6), vem $\sum_{j=1}^{2^k} (w_{nj} \cdot w_{n'j}) = \eta - 2 \frac{\eta}{2} = 0$. A conclusão da ortogonalidade das $w_i(t)$ extrai-se agora facilmente:

$$\langle \mathbf{w}_i, \mathbf{w}_{i'} \rangle = \int_0^{FT_s} w_n(t) w_{n'}(t) dt = FT_s \sum_{j=1}^F (w_{nj} \cdot w_{n'j}) = 0 \Rightarrow w_n \perp w_{n'} \text{ para } n' \neq n. \text{ Q.E.D. } \bullet \tag{G.7}$$

G.3– Transformada de Walsh

Um sinal contínuo pode ser expresso em termos da sua transformada de Walsh, $X_W(n)$, através de

$$x(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} X_W(n) w_n \left(\frac{t}{2^k T_a} \right) \tag{G.8}$$

Um sinal $x(t)$ descrito por 2^k pontos, separados por T_a segundos, é descrito em função da sua transformada discreta de Walsh (TW²), $X_W[n]$, na forma

$$x[n] = \sum_{n=0}^{2^k-1} X_W[n] w_n \left(\frac{t}{2^k T_a} \right) \tag{G.9}$$

² Simplificou-se a notação, subentendendo-se a referência à transformada discreta.

O vector $X_W[\cdot]$ representa os coeficientes das funções de projecção $w_n(t)$, por ordem crescente. Tal como na TF, o primeiro elemento representa a componente contínua do sinal. Deve notar-se que a TW é simplesmente uma operação matricial:

$$X_W[\cdot] = \text{TW}\{x[\cdot]\} = \frac{1}{F} \mathbf{W}_k \cdot x[\cdot] \quad (\text{G.10a})$$

$$x[\cdot] = \text{TW}^{-1}\{X[\cdot]\} = \mathbf{W}_k \cdot X_W[\cdot]. \quad (\text{G.10b})$$

A implementação destas operações implica N^2 adições e subtracções, embora este número possa ser reduzido para $N \log_2 N$ [Mart99-p.104].

Anexo H

Medição do desempenho

Neste anexo pretende-se mostrar qual o rigor dos resultados apresentados para o desempenho dos sistemas simulados.

H.1– Estimação por intervalos

Sobre uma amostra de N_e eventos observados, $\{x_1, x_2, \dots, x_{N_e}\}$, define-se:

$$\bar{X} = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} X_i \quad (\text{H.1})$$

$$s_X^2 = \frac{1}{N_e - 1} \sum_{i=1}^{N_e} (x_i - \bar{x})^2. \quad (\text{H.2})$$

Como se desconhece o desvio padrão σ_X , usa-se a variância da amostra, s_X^2 , como estimador.

É possível relacionar a variância de \bar{X} com a variância desconhecida σ_X^2 . Usando (H.1), tem-se

$$\text{Var}[\bar{x}] = \sum_{i=1}^{N_e} \frac{1}{N_e^2} \text{Var}[x_i] = \frac{1}{N_e^2} \cdot N_e \cdot \sigma_X^2 = \frac{\sigma_X^2}{N_e}. \quad (\text{H.3})$$

Para um valor esperado μ_T desconhecido, a VA

$$T = \frac{\sum_{i=1}^{N_e} x_i - N_e \mu_T}{\sqrt{N_e} \cdot s_T} = \sqrt{N_e} \frac{\bar{x} - \mu_T}{s_T} \quad (\text{H.4})$$

tem uma distribuição t_{n-1} [Ross87-p.152].

Para amostras independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.), T tem uma distribuição Normal unitária $N(\mu_T=0, \sigma_T=1)$ quando $N_e \rightarrow \infty$. Note-se que $t_{n-1} \rightarrow N(\mu_T=0, \sigma_T=1)$ quando N_e aumenta [Ross87-Sec.8.2]. Os resultados apresentados no Capítulo 5 foram sempre obtidos em condições deste tipo (N_e elevado).

Definindo por z_ε os limites de integração da distribuição gaussiana que conduzem a uma probabilidade $(1-\varepsilon)$ da VA T estar em $[z_\varepsilon, z_\varepsilon]$, essa probabilidade é

$$P(z_\varepsilon < T < z_\varepsilon) = 1 - \varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-z_\varepsilon}^{z_\varepsilon} \exp\left(-\frac{\tau^2}{2}\right) d\tau = 1 - \varepsilon. \quad (\text{H.5})$$

Em termos da variável em estudo, X , quando $t_{n-1} \sim N(0,1)$, o intervalo de confiança, usando (H.4), é

$$\text{IC} = \left(\bar{x} - z_\varepsilon \frac{S_X}{\sqrt{N_e}}, \bar{x} + z_\varepsilon \frac{S_X}{\sqrt{N_e}} \right). \quad (\text{H.6})$$

O número de erros n_e tem uma distribuição binomial [JeBS00, p.689] (ver exemplo na Figura H.1). Logo, o estimador da probabilidade de erros $P_b = n_e/N_e$ tem também uma distribuição binomial, sendo

$$P(n_e, p) = \binom{N_e}{n_e} p^{n_e} (1-p)^{N_e-n_e} \quad , n_e=0,1,\dots,N_e. \quad (\text{H.7})$$

Então, se $P_b \rightarrow 0$ (caso sem ruído) quando $N_b \rightarrow \infty$, a distribuição pode ser aproximada pela de Poisson de parâmetro λ_P dado por

$$\lim_{N_b \rightarrow \infty} N_b P_b = \lambda_P. \quad (\text{H.8})$$

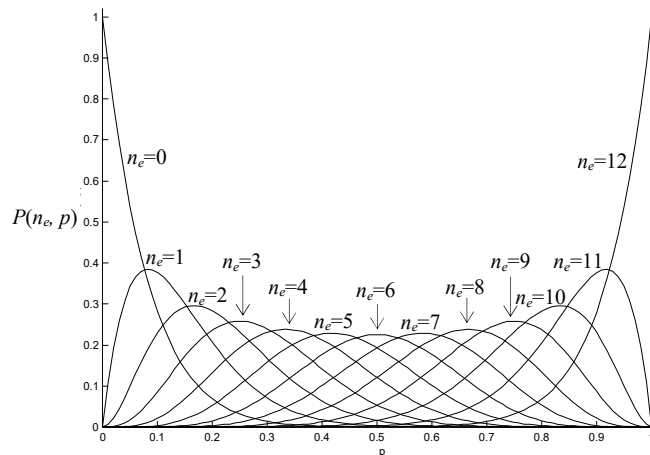


Figura H.1: Exemplo de uma fdp binomial com $N_e=12$.

Quando existe ruído adicionado aos sistemas tem-se $P_b \rightarrow c^{te}$ quando $N_b \rightarrow \infty$. Nestes casos, P_b tende para uma função densidade de probabilidade gaussiana com:

$$\begin{cases} E[P_b] = \mu_{P_b} = P_b \\ \text{var}[P_b] = \frac{P_b(1-P_b)}{N_b} \end{cases} \quad (\text{H.9})$$

Considerando $\bar{x} = E[P_b]$ e $s_x^2 = \text{var}[P_b]$, estamos no caso da secção G.1.

Como se vê em (H.8) a variância de P_b diminui com o número de bits N_b . Isto é, o intervalo de confiança para P_b é tão mais estreito quantos mais eventos se analisarem.

H.2– Método de Monte Carlo

O método usado para a estimação da BER foi o método de Monte Carlo¹ [JeBS00-Sec.11.2.3], (Figura H.2). O método possui aplicações em variadas áreas científicas [Duar96]. A probabilidade de erro estimada após a simulação de N_b bits², quando se observaram n_e erros na sequência de erros $\mathbf{\epsilon}_\alpha$, é

$$P_b = \frac{1}{N_b} \sum_{i=1}^{N_b} \alpha_i \oplus \hat{\alpha}_i = \frac{n_e}{N_b}. \quad (\text{H.10})$$

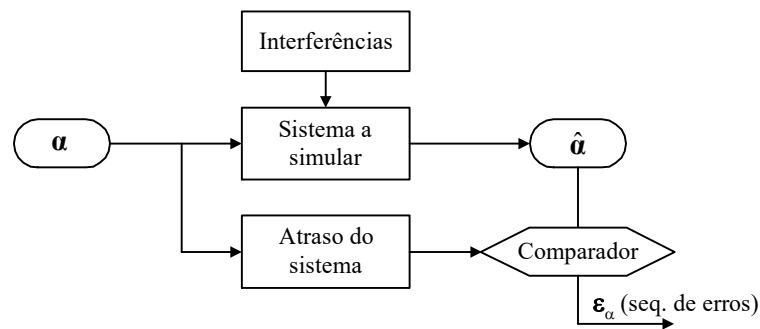


Figura H.2: Esquema geral do Método de Monte Carlo.

O intervalo de confiança a $100 \cdot (1-\epsilon)\%$ é definido através de [JeBS00-p.691]:

¹ É o nome de um arquivo secreto do projecto Manhattan (projecto da bomba atómica dos Aliados na 2ª Grande Guerra em Los Alamos, EUA) e uma referência aos jogos de sorte dum casino famoso [Duar96].

² N_b é, neste caso específico, o número de eventos, N_e . Trata-se de uma particularização. Ambas as variáveis já tinham sido definidas.

$$P \left\{ \frac{N_b}{N_b + z_\varepsilon} \left[P_b + \frac{z_\varepsilon^2}{2N_b} - z_\varepsilon \left(\frac{P_b(1-P_b)}{N_b} + \frac{z_\varepsilon^2}{2N_b} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \leq P_b \leq \frac{N_b}{N_b + z_\varepsilon^2} \left[P_b + \frac{z_\varepsilon^2}{2N_b} + z_\varepsilon \left(\frac{P_b(1-P_b)}{N_b} + \frac{z_\varepsilon^2}{2N_b} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} = 1 - \varepsilon. \quad (\text{H.11})$$

Tendo em atenção as ordens de grandeza das variáveis, os limites do intervalo podem ser aproximados por

$$P_{\substack{\text{superior} \\ \text{inferior}}} = 10^{-\rho} \left\{ 1 + \left(\frac{z_\varepsilon^2}{2\eta_{BER}} \right) \left[1 \pm \left(1 + \frac{4\eta_{BER}}{z_\varepsilon^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} \quad (\text{H.12a})$$

$$\eta_{BER} = \frac{N_b}{10^\rho}. \quad (\text{H.12b})$$

Este parâmetro é importante pois é relação entre o número de bits simulados e o número de bits nos quais se espera que ocorra um erro.

Como de viu atrás, z_ε obtém-se da equação integral (H.5) (ver Figura H.3).

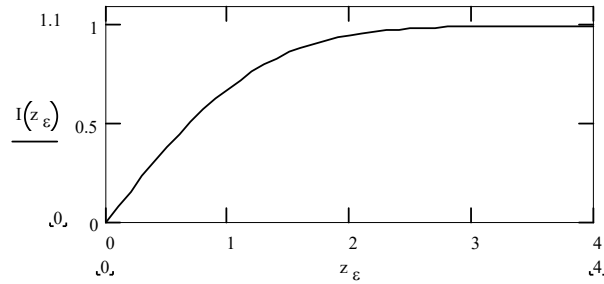


Figura H.3: Integral da distribuição Normal unitária $N(\mu=0, \sigma=1)$ em função dos limites de integração $[z_\varepsilon, z_\varepsilon]$.

Na Figura H.4 apresentam-se IC's para $1-\varepsilon = 90\%$, 95% e 99% , obtidos através de (H.11). Note-se que essa figura representa os IC's de uma forma independente do valor de ρ que define a BER, conforme (H.12b). Como seria de esperar, quanto mais exigente for o critério ($\varepsilon \rightarrow 0$) maior terá de ser a dimensão N_b da amostra para se ter o mesmo IC. A largura do IC tende para zero quando $N_b \rightarrow \infty$.

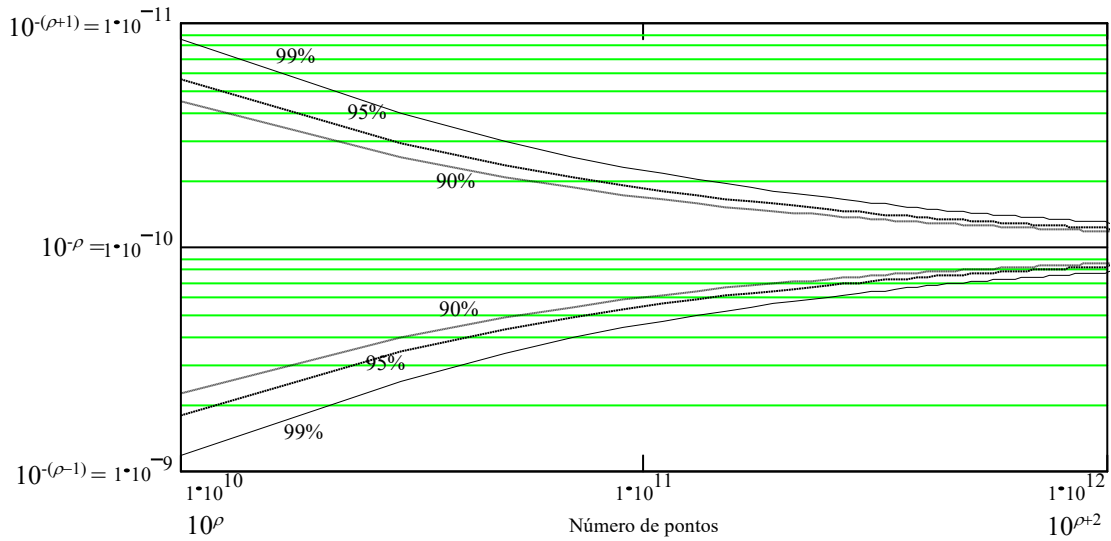


Figura H.4: Intervalos de confiança para uma taxa de erros $P_b=10^{-\rho}$ estimada pelo método de Monte Carlo. Representação particular da expressão (H.11) com $\rho=10$.

H.3– Número de bits a simular

Segundo a lei dos grandes números, quando $N_b \rightarrow \infty$, P_b converge para a BER real do sistema. Para η_{BER} da forma 10^n tem-se de (H.11b): $N_b=10^{\rho+n}$.

Em [Pint98-Sec.6.2.4] mostra-se que, em condições de erros i.i.d., basta $n=1$ sendo o IC correspondente obtido na Figura H.4 para a abcissa $N_b=10^{\rho+1}$.

No caso de os erros surgirem na forma de rajadas (salvas ou *runs*) de dimensão $(m+1)$, o IC alarga-se pois a variância de P_b aumenta de um factor $(1+2m)$. O mesmo autor verificou que $n=2$ é suficiente para obter um IC a 95% com uma dimensão razoável ($[1.8\hat{p}, 0.55\hat{p}]$) quando $P_b > 10^{-4}$ e se têm salvas de erros com dimensão inferior a 10 bits.

Anexo I

Validação das distribuições

Apresentam-se aqui resultados que permitem concluir que as variáveis aleatórias (VA) geradas no simulador possuem as funções densidade de probabilidade (fdp) pretendidas quando se fizeram os testes ao receptor com os diferentes modelos de canal.

O teste realizado foi dividido em duas partes:

- i) Construiu-se uma aproximação da fdp do gerador pseudo-aleatório, i.e., um histograma;
- ii) Como medida do desvio entre a estatística aproximada e a fdp da definição aplica-se o *erro quadrático médio* (EQM).

Mostram-se as relações analíticas entre a distribuição gaussiana e as distribuições de Rayleigh e Rice de forma que a validação das últimas é imediata após a validação da distribuição gaussiana.

I.1 – Construção das fdp

O algoritmo consiste em fazer num primeiro passo um histograma de N_e eventos gerados para a VA X ($\mu_x=0$ e $\sigma_x^2=1$). Para ganhar definição da curva na zona em que assume valores mais elevados limitou-se a observação ao intervalo: $janela=[amp_{min}, amp_{max}]$. Optou-se por contabilizar as *ocorrências* que caem fora da *janela* como sendo ocorrências no extremo mais próximo da mesma (embora o seu número seja desprezável). A janela de observação é subdividida num número ímpar de intervalos de dimensão I . Assim, no caso de fdp's simétricas (caso da gaussiana e da uniforme) o intervalo central corresponde a $[-I/2 \ I/2]$. A distribuição $p_X[n]$ obtém-se normalizando a I e N_e :

$$p_X[n] = \frac{1}{I} \frac{1}{N_e} \text{ocorrências}[n] \ ; \ n=1, 2, \dots, \text{“Número de intervalos”}. \quad (\text{I.1})$$

I.2 – Erro quadrático médio

O EQM entre duas funções é (e.g. [Carp93, Marq99])

$$EQM = \int_{-\infty}^{\infty} (p_{x_1}(x_1) - p_{x_2}(x_2))^2 dx . \quad (I.2)$$

O quadrado permite contabilizar os erros independentemente do seu sinal. O EQM é aplicado na forma dum somatório à fdp teórica discretizada, $p_X[x_n]$, e à distribuição construída, $p[n]$:

$$EQM = \sum_{n=1}^{N_I} (p_X[x_n] - p_X[n])^2 I = I \sum_{n=1}^{N_I} \varepsilon_n^2 . \quad (I.3)$$

Fez-se ε_n o erro em cada ponto da análise e N_I o número de intervalos na *janela*. A área de erro considerada em cada intervalo é a de um rectângulo:

$$\varepsilon_n = I \times (p_X[x_n] - p_X[n]) . \quad (I.4)$$

Como só se conhecem os valores da função p_n em pontos discretos, optou-se por usar a informação analítica, $p_X(x)$, apenas nesses pontos x_n (ver Figura I.1).



Figura I.1.: Métodos de cálculo do erro.

Verificou-se que a igualdade $I \cdot \sum_{n=1}^{N_I} p_X[n] = 1$ foi sempre verificada, isto é, as fdp's têm integral unitário. Este era um resultado expectável atendendo ao modo como $p_X[n]$ foi construída.

O *Matlab*[®] indica sempre $I \cdot \sum_{n=1}^{N_I} p_g[n] = 1,0000$. Sabe-se porém que, devido à limitação da *janela*, estamos a cometer um erro ε , função de *amp*_{máx}, dado por:

$$\varepsilon = \int_{-\infty}^{-amp \min} p_g(x) dx + \int_{amp \max}^{\infty} p_g(x) dx . \quad (I.5)$$

Em geral, o erro ε pode ser menor alargando a *janela*, mas penalizando a definição. Em todos os casos tem-se sempre

$$I \cdot \sum_{n=1}^{N_I} p_X[n] + \varepsilon = 1 . \quad (I.6)$$

I.3– Distribuição Gaussiana

Uma estatística gaussiana é definida pela fdp:

$$N(\mu_g, \sigma_g) = p_g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_g} e^{-\frac{(x-\mu_g)^2}{2\sigma_g^2}}, \quad -\infty < x < \infty \quad (I.7)$$

em que μ_g é a média e σ_g^2 a variância. Na Figura I.2 apresentam-se duas distribuições obtidas pelo método descrito sobrepostas à curva $p_g[n]$ e o erro entre os pontos obtidos e a curva teórica $p_g(x)$.

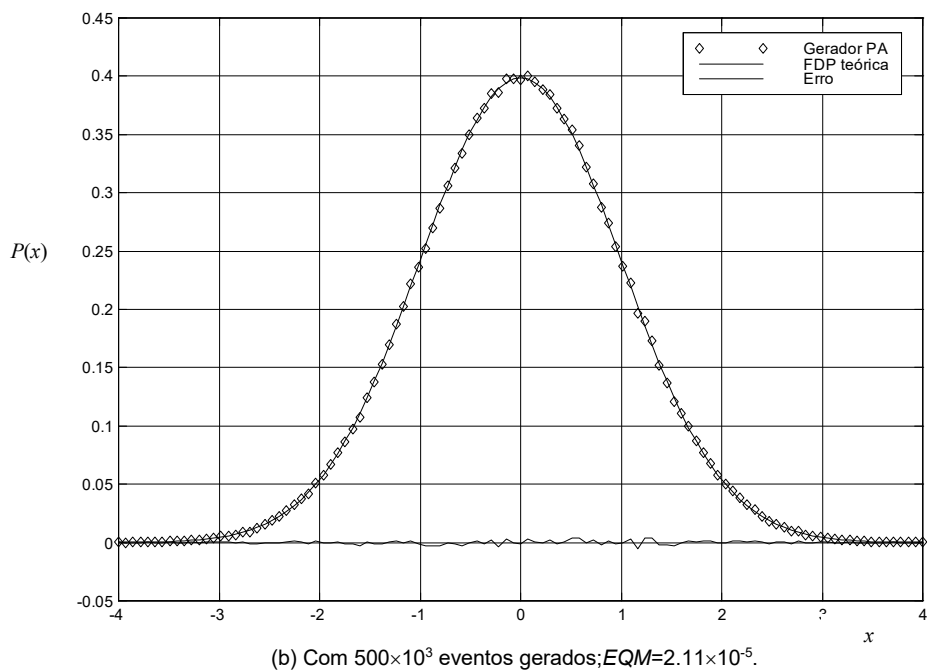
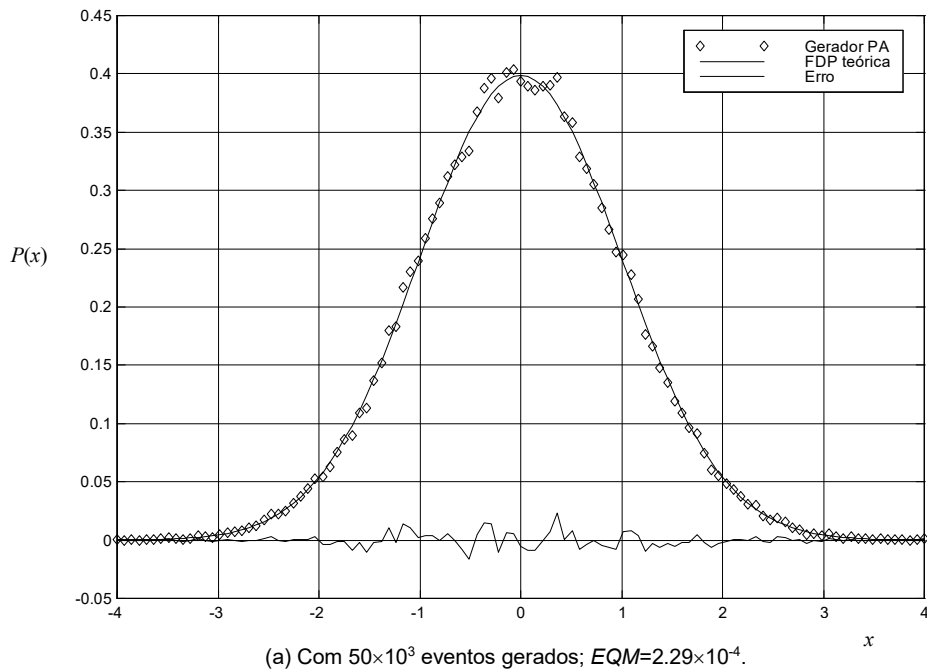


Figura I.2: Comparação da estatística obtida com a fdp gaussiana $p_g(x)$ para $x \in [-4;4]$. Os eventos podem pertencer a 111 intervalos diferentes (55+1+55).

O erro ε é facilmente calculado usando a *função de erro modificada* $Q(\cdot)$ definida na Secção 2.2.1:

$$\varepsilon = 2 \cdot Q(amp_{\max}) = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{amp_{\max}}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} dy = 6.3342 \times 10^{-7}, \text{ com } amp_{\max}=4$$

$$\varepsilon = 2 \cdot Q(amp_{\max}) = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{amp_{\max}}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} dy = 5.733 \times 10^{-7}, \text{ com } amp_{\max}=5.$$

Na Figura I.3 apresenta-se a evolução do EQM para vários números de eventos, N_e . Observa-se que o EQM tende para zero. A partir de aproximadamente 100×10^3 eventos podemos considerar que o erro relativamente à estatística gaussiana é desprezável. Torna-se evidente que o histograma tende para a distribuição gaussiana.

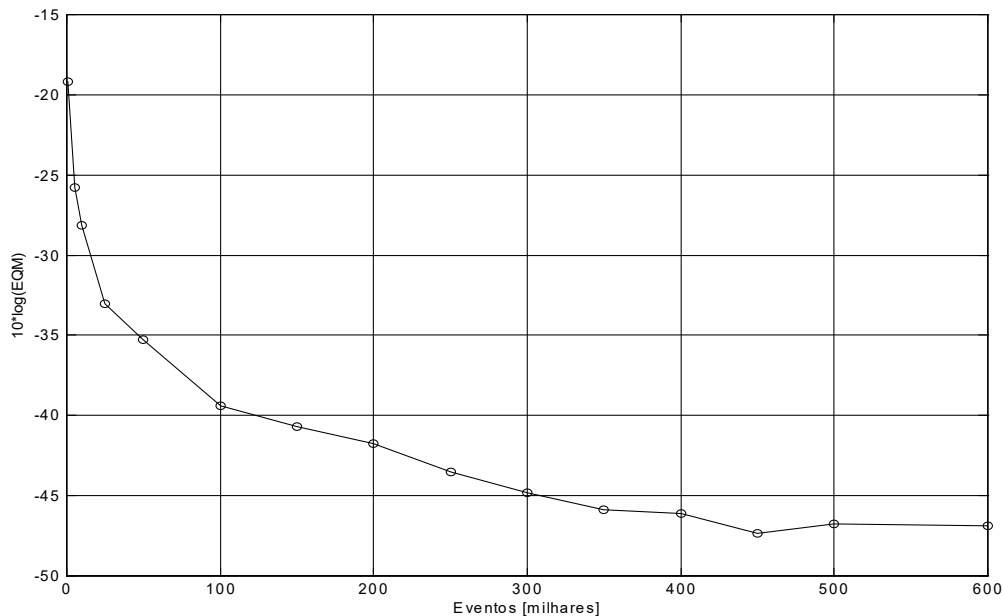


Figura I.3: Evolução do EQM entre a fdp obtida e a distribuição gaussiana $p_g(x)$ à medida que se aumenta o número de eventos considerados.

Nesta secção estudou-se a estatística gaussiana de média nula ($\mu_g=0$) e variância unitária ($\sigma_g^2=1$).

A fdp com μ_g e σ_g^2 arbitrários obtém-se por translação e multiplicação da distribuição estudada. Como essas alterações são realizadas independentemente da geração da VA, considera-se a fdp válida no caso geral.

I.4 – Distribuição de Rayleigh

A distribuição de Rayleigh, definida por (5.9), é a fdp de uma variável representativa da amplitude, $r_r(t)$, de um vector de coordenadas dadas por VA's gaussianas (x e y), num espaço euclidiano bidimensional:

$$r_r(t) = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2} . \quad (I.8)$$

Considerando a fdp gaussiana bivariável, $G_{x,y}(x,y)$, com $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$. A distribuição de Rayleigh, descreve a distância dum ponto fixo (excepto o centro) a um ponto qualquer dessa distribuição [CaCR02-p.344], dada por

$$G_{xy}(x,y) = \exp \left\{ -\frac{1}{2\delta_x\delta_y\sqrt{1-\rho^2}} \cdot \exp \left[\left(-\frac{(x-m_x)^2}{2\delta_x^2(1-\rho^2)} - \frac{(x-m_y)^2}{2\delta_x^2(1-\rho^2)} - \frac{\rho(x-m_x)\cdot(x-m_y)}{\delta_x^2\delta_y^2(1-\rho^2)} \right) \right] \right\} \quad (I.9)$$

tal como se representa na Figura I.4.

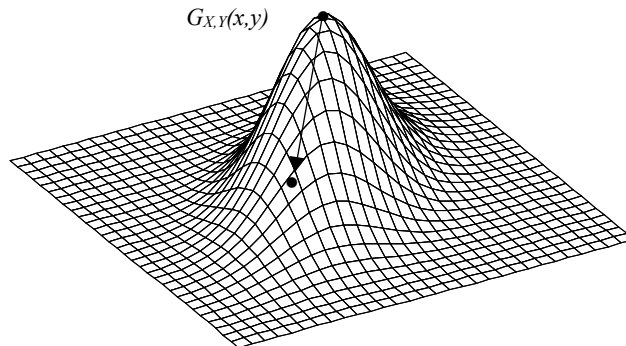


Figura I.4: Relação entre uma fdp de Rice e uma gaussiana bidimensional $G(x,y)$ com variâncias iguais em x e y .

O teste da variável de Rayleigh simulada não requer um número ímpar de intervalos no seu histograma, uma vez que não há uma simetria na fdp. Na Figura I.5 é possível observar o histograma da VA para o caso de 50×10^3 e de 500×10^3 eventos. É também apresentada a diferença em cada ponto entre o histograma e a fdp teórica, isto é, o erro que posteriormente é usado para o cálculo do erro quadrático médio.

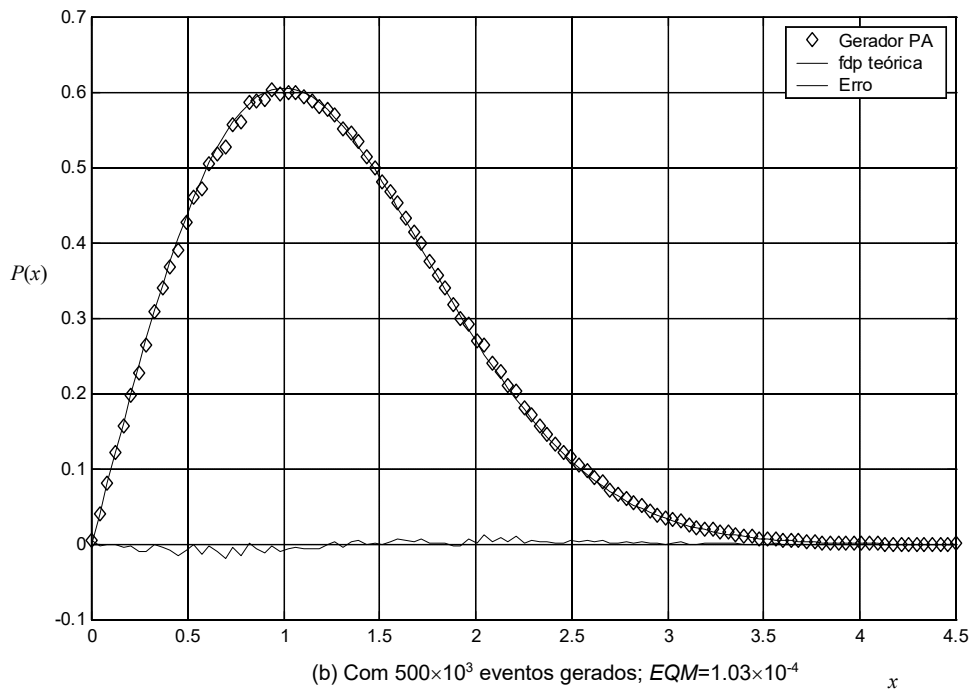
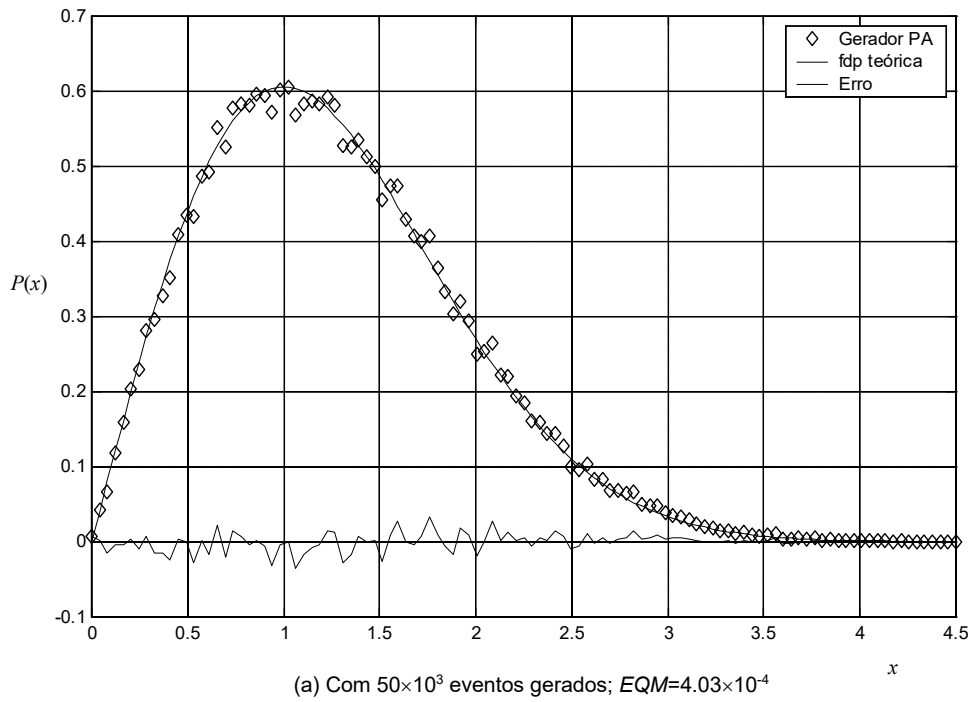


Figura 1.5: Comparação da estatística obtida com a fdp de Rayleigh de variância unitária, para $x \in [0, 4.5]$. Os eventos podem pertencer a 111 intervalos diferentes.

Na Figura 1.6 mostra-se através do EQM a aproximação entre o histograma da VA de Rayleigh simulada e a sua fdp teórica. Foi também sempre comprovado que o somatório dos pontos do histograma da VA simulada era sempre unitário (lembre-se que os valores superiores ao limite da

janela representada são contabilizados como ocorrências do intervalo superior). Para as mesmas condições usadas para o teste da variável gaussiana, O EQM desta variável é ligeiramente superior.

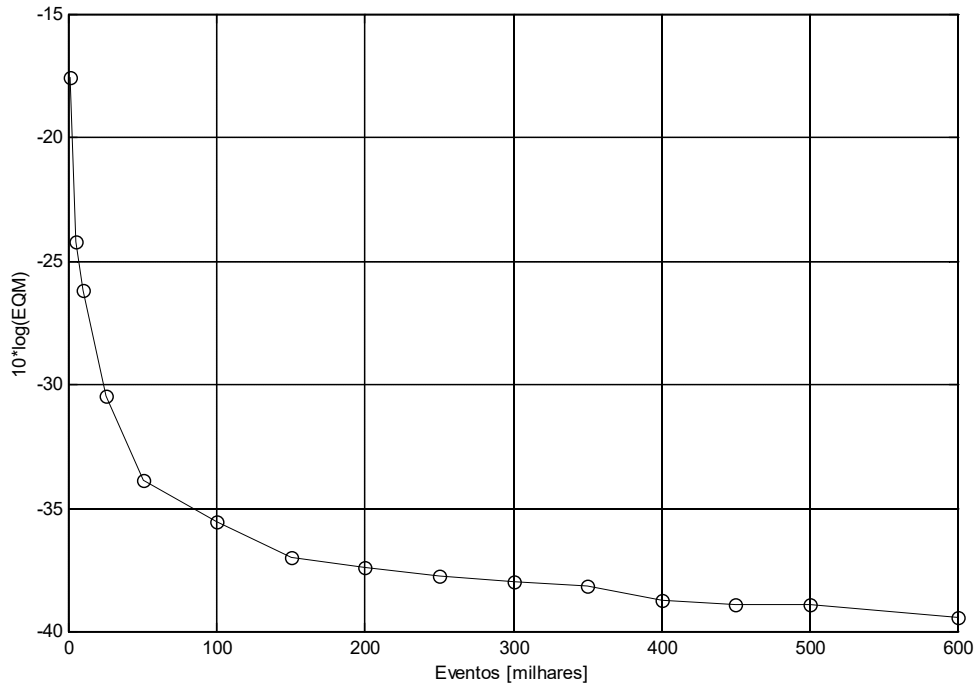
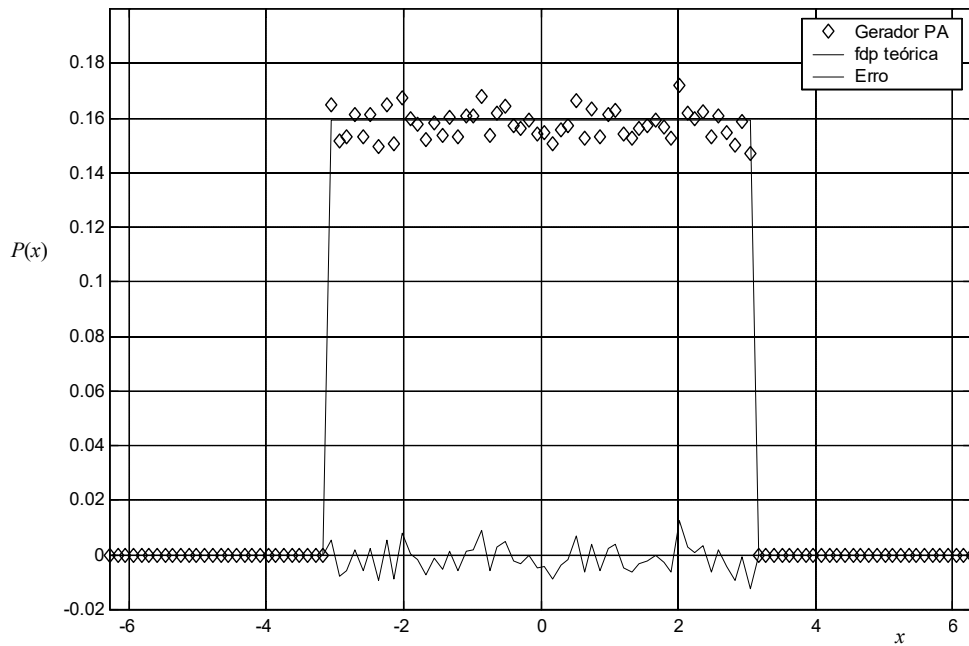


Figura 1.6: Evolução do EQM entre a fdp obtida e a distribuição de Rayleigh, $r_r(x)$, à medida que se aumenta o número de eventos considerados.

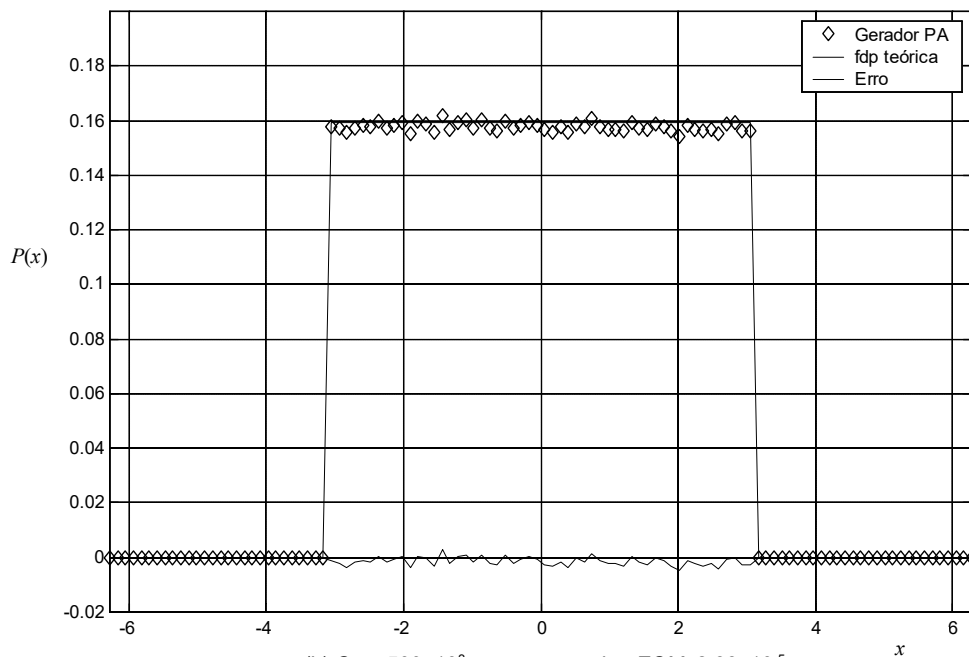
Quando se gera o desvanecimento de Rayleigh o sinal produzido é complexo, notando que (I.8) pode ser a raiz de números negativos. Mostra-se que [Pars92-Sec.5.6] a distribuição da fase é uniforme em $[-\pi, \pi]$, ie:

$$p_u(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}, & -\pi \leq x \leq \pi \\ 0, & \text{resto} \end{cases}$$

Tal como para as fdp normal e de Rayleigh, as figuras seguintes permitem comprovar que também esta distribuição uniforme foi observada. Devido à existência de descontinuidades na distribuição $p_u(x)$, foi usado um número par de intervalos de forma a que a descontinuidade caísse precisamente numa transição de intervalos.



(a) Com 50×10^3 eventos gerados; $EQM = 2.11 \times 10^{-4}$.



(b) Com 500×10^3 eventos gerados; $EQM = 2.88 \times 10^{-5}$.

Figura I.7: Comparação da estatística obtida com a fdp uniforme $p_u(x)$ para $x \in [-2\pi, +2\pi]$. Os eventos podem pertencer a 110 intervalos diferentes.

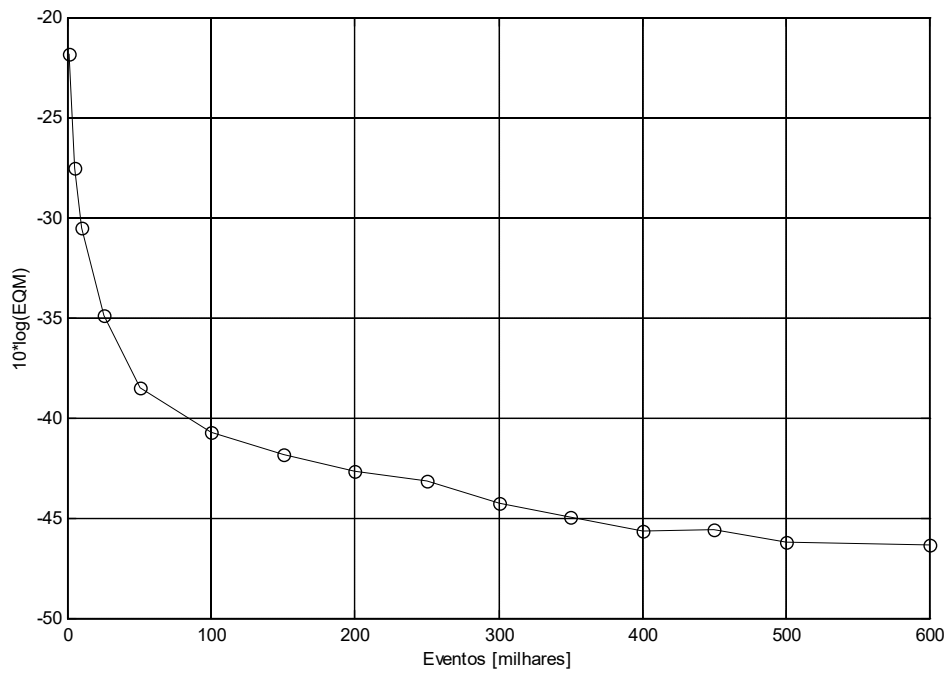


Figura I.8: Evolução do EQM entre a fdp obtida e a distribuição uniforme, $p_u(x)$, à medida que se aumenta o número de eventos considerados.

Anexo J

Espectro do sinal de RF

Apresentam-se aqui os processos de obtenção do espectro do sinal que chega a um receptor com mobilidade, segundo os três modelos mas divulgados. Nestes, o espectro depende fundamentalmente do modelo estatístico da direcção de chegada dos raios.

J.1 – Decomposição em raios

Num cenário de comunicações móveis, o sinal rádio que atinge um receptor pode ser visto como a soma de N_w ondas planas monocromáticas, cada uma de amplitude A_n , fase ϕ_n (relativamente a uma referência arbitrária) e com ângulos de chegada X_n e Ψ_n . Estas quatro grandezas consideram-se VA's independentes. O receptor encontra-se em movimento, segundo uma direcção definida pelo ângulo Θ , com velocidade v (Figura J.1) e está a uma altura z_0 acima do plano x-y. Sendo P_y a potência do sinal, a potência de cada raio é

$$E[A_n^2] = \frac{P_y}{N_w}. \quad (\text{J.1})$$

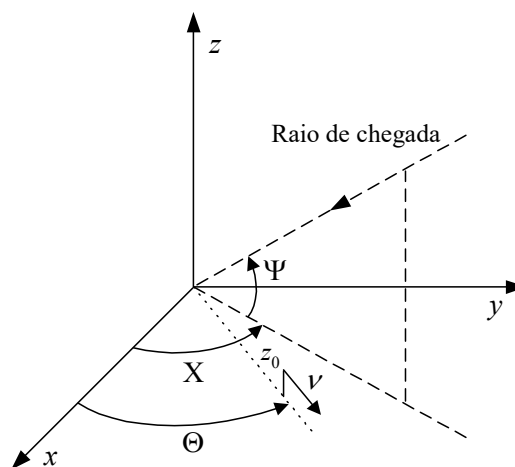


Figura J.1: Definições geométricas para o n -ésimo raio incidente no receptor.

Os sinais em fase e quadratura são respectivamente:

$$y_I(t) = \sum_{n=1}^{N_w} A_n \cos(\omega_n t + \theta_n) \quad (\text{J.2a})$$

$$y_Q(t) = \sum_{n=1}^{N_w} A_n \text{sen}(\omega_n t + \theta_n) \quad (\text{J.2b})$$

sendo a frequência angular de chegada, ω_n , e a respectiva fase relativa, θ_n , dadas por

$$\omega_n = \frac{2\pi V}{\lambda} \cos(\Theta - X_n) \cos(\Psi_n) \quad (\text{J.3a})$$

$$\theta_n = \frac{2\pi z_0}{\lambda} \text{sen}(\Psi_n) + \phi_n. \quad (\text{J.3b})$$

Note-se que a frequência de desvio Doppler do n -ésimo raio é $f_n = \omega_n / (2\pi)$. As componentes I e Q são independentes e têm uma distribuição gaussiana com média nula e uma variância dada por (J.1). O campo total na recepção é $\sum_{n=1}^{N_w} y_n(t)$, sendo $y_n(t)$ o campo total associado à n -ésima onda. Em termos das componentes I e Q, o sinal é

$$y(t) = y_I(t) \cos(\omega_c t) + y_Q(t) \text{sen}(\omega_c t). \quad (\text{J.4})$$

J.2 – Espectros para $E(t)$

O espectro do sinal de RF $y(t)$ é dado pela TF da autocorrelação temporal $E[y(t), y(t+\tau)]$. Usando as expressões (J.2) e (J.4), obtém-se [Pars92-p.116]

$$\begin{aligned} E[y(t) \cdot y(t+\tau)] &= E[y_I(t) \cdot y_I(t+\tau)] \cos(\omega_c \tau) - E[y_I(t) \cdot y_Q(t+\tau)] \text{sen}(\omega_c \tau) \\ &= R_a(\tau) \cos(\omega_c \tau) - R_c(\tau) \text{sen}(\omega_c \tau) \end{aligned} \quad (\text{J.5})$$

podendo-se demonstrar (referência em [Pars92]) que as correlações $R_a(\tau)$ e $R_c(\tau)$ são

$$R_a(\tau) = \frac{P_y}{2} E[\cos \omega \tau] \quad (\text{J.6a})$$

$$R_c(\tau) = \frac{P_y}{2} E[\text{sen} \omega \tau]. \quad (\text{J.6b})$$

Assumindo que a probabilidade de chegada dos raios tem uma distribuição uniforme na horizontal (devido à propagação multi-percurso), i.e.,

$$p_x(X) = \frac{1}{2\pi} \quad (\text{J.7})$$

as expressões para as correlações (J.6) ficam apenas função da distribuição angular vertical de chegada de raios, $p_\Psi(\Psi)$, e de f_{\max} , o máximo desvio de frequência máximo (desvio de Doppler):

$$R_a(\tau) = \frac{P_y}{2} \int_{-\pi}^{\pi} J_0(2\pi f_{\max} \tau \cos \Psi) p_\Psi(\Psi) d\Psi \tag{J.8a}$$

$$R_c(\tau) = 0. \tag{J.8b}$$

Representou-se por $J_0(\cdot)$ a função de Bessel de primeira espécie de ordem zero.

O problema do cálculo do espectro de $y(t)$ reduz-se pois à obtenção de $A(f) = \text{TF}\{R_a(\tau)\}$. Este espectro varia conforme a distribuição de chegada de raios na vertical que é considerada. A mais simples, de Clarke, considera que os raios chegam apenas na horizontal. Aulin propôs uma distribuição quase uniforme entre dois ângulos fronteira, Ψ_{\max} . Fora desse intervalo a probabilidade de chegada de raios seria nula. Para evitar esta descontinuidade, pouco realista, Parsons propôs uma distribuição contínua [Pars92]. Estas três formulações e os espectros respectivos estão sumariadas na Tabela J.1.

Tabela J.1: Modelos para a fdp do ângulo de chegada dos raios ao receptor e os espectros de RF que esses modelos implicam.

Modelo	fdp vertical: $p_\Psi(\Psi)$	Espectro: $A(f) = \text{TF}[R_a(\tau)]$
Clarke	$\delta(\Psi)$	$\begin{cases} \frac{P_y}{4\pi f_{\max}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_{\max}}\right)^2}}, & f \leq f_{\max} \\ 0 & , \text{ restante} \end{cases}$
Aulin	$\begin{cases} \frac{\cos \Psi}{2 \sin \Psi_{\max}}, & \Psi \leq \Psi_{\max} \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & , \text{ restante} \end{cases}$	$\begin{cases} 0 & , f > f_m \\ \frac{P_y}{4 \sin \Psi_{\max}} \cdot \frac{1}{f_{\max}} & , f_{\max} \cos \Psi_{\max} \leq f \leq f_{\max} \\ \frac{1}{f_{\max}} \left[\frac{\pi}{2} - \arcsen \frac{2 \cos^2 \Psi_{\max} - 1 - (f/f_{\max})^2}{1 - (f/f_{\max})^2} \right] & , f < f_{\max} \cos \Psi_{\max} \end{cases}$
Parsons	$\begin{cases} \frac{\pi}{4 \Psi_{\max} } \cos \left(\frac{\pi \Psi}{2 \Psi_{\max}} \right), & \Psi \leq \Psi_{\max} \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & , \text{ restante} \end{cases}$	Obtém-se substituindo $p_\Psi(\Psi)$ em (J.8a) e calculando essa correlação numericamente, assim como a sua TF.

A aproximação de Parsons implica um espectro $A(f)$ obtível apenas por cálculo numérico. É esse espectro que é usado neste trabalho no processo de filtragem do simulador de canal.

Nas Figuras J.3 e J.4 é possível observar graficamente a informação da Tabela J.1.

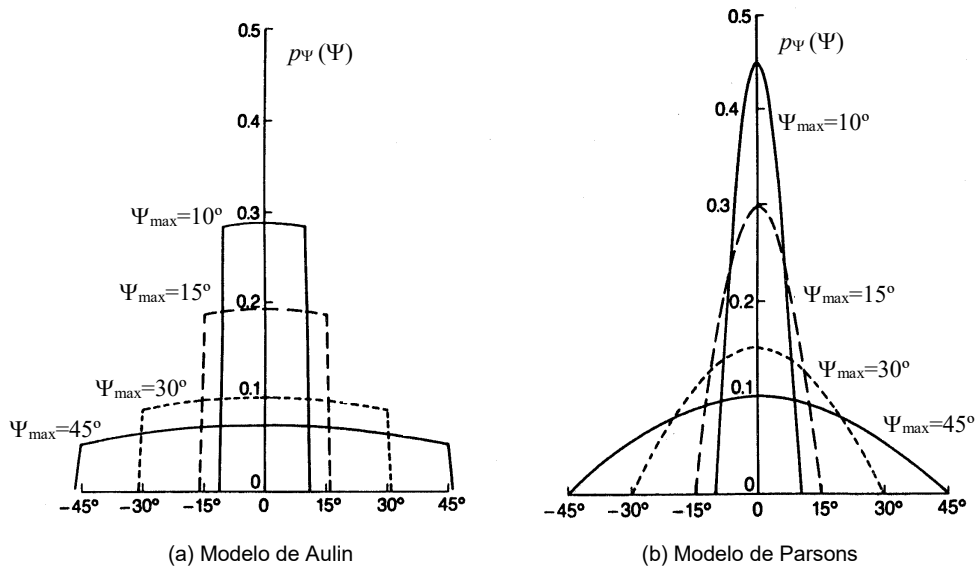


Figura J.2: Distribuições dos ângulos verticais de chegada dos raios do receptor (adaptada de [Pars92-Sec.5.4]).

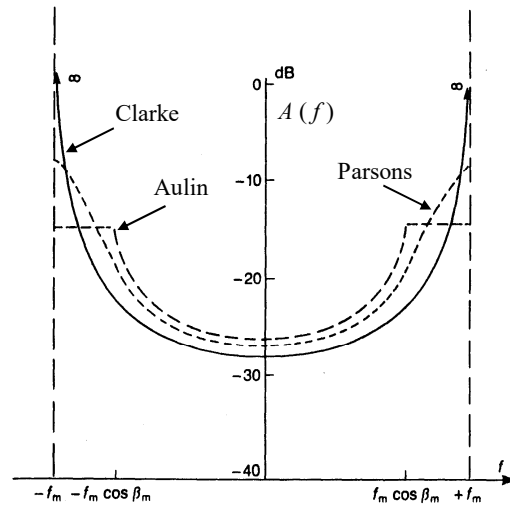


Figura J.3: Espectros de RF associados a cada modelo (adaptada de [Pars92-Sec.5.4]).

Anexo K

Software de simulação e edição

As simulações foram realizadas em *Matlab*[®] 5.3 em quatro PC's com seguintes processadores: Intel Pentium[®] III a 600 MHz, Intel Pentium[®] III a 1 GHz, AMD Athlon[®] a 1.4 GHz e um Intel Celeron[®] a 650 MHz (portátil).

O processamento de texto foi realizado em *Word*[®] 2000.

Os gráficos teóricos foram realizados em *Mathcad*[®] 6.0, *Mathematica*[®] 4.0 e *Excell*[®] 2000.

Os esquemas foram criados no programa *Visio*[®] 4.0. Usou-se o também *PaintShopPro*[®] 6.0 na edição de algumas figuras.

Referências

Duvidai do homem de um só livro.

(Adágio latino)

Incluem-se as referências feitas no texto, num total de 152 entradas. As referências são apresentadas na língua oficial da publicação em causa (tese, revista, conferência ou documento técnico). Três das referências publicadas em actas de conferência não contêm a identificação das páginas. Tal sucedeu quando o artigo foi retirado de páginas de Internet e não foi possível aceder às actas respectivas.

- [Acze97] Amir D. Aczel, *O Último Teorema de Fermat*, Gradiva, Lisboa, Portugal, 1997.
- [AnAS86] John B. Anderson, Tor Aulin, Carl-Erik Sundberg, *Digital Phase Modulation*, Plenum Press, New York, 1986.
- [AnTa78] John B. Anderson, Desmond P. Taylor, “A Bandwith-Efficient Class of Signal-Space Codes”, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-24, no. 6, pp. 703-712, Nov. 1978.
- [AnSu91] John B. Anderson e Carl-Erik W. Sundberg, “Advances in Constant Envelop Coded Modulation”, *IEEE Communications Magazine*, vol. 29, no. 12, pp. 36-45, Dec. 1991.
- [Ash65] Robert B. Ash, *Information Theory*, Dover Publications, New York, 1965.
- [Auli99] T. Aulin, “Breadth-First Maximum Likelihood Sequence Detection: Basics”, *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, no. 2, pp. 208-216, Feb. 1999.
- [AuRS81] Tor Aulin, Nils Rydbeck and Carl-Erik W. Sundberg, “Continuous Phase Modulation-Part II: Partial Response Signalling”, *IEEE Transactions on Communications*, vol. Com-29, no. 3, pp. 210-225, Mar. 1981.
- [AuSu81] Tor Aulin and Carl-Erik W. Sundberg, “Continuous Phase Modulation-Part I: Full Response Signalling”, *IEEE Transactions on Communications*, vol. Com-29, no. 3, pp. 196-209, Mar. 1981.
- [AuSu82] Tor Aulin and Carl-Erik W. Sundberg, “Minimum Euclidean Distance and Power Spectrum for a Class of Smoothed Phase Modulation-Codes with Constant Envelope”, *IEEE Transactions on Communications*, vol. Com-30, no. 7, pp. 1721-1729, July 1982.
- [BaFi00] Ramakrishnan Balasubramanian and Michael P. Fitz, “Soft-Output Detection of CPM Signals in Frequency Flat, Rayleigh Fading Channels”, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 18, no. 7, pp. 1145-1152, July 2000.

- [BaFK98] Ramakrishnan Balasubramanian, Michael P. Fitz and James V. Krogmeier, "Optimum and Suboptimal Symbol-by-Symbol Demodulation of Continuous Phase Modulated Signals", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 46, no. 12, pp. 1662-1668, Dec. 1998.
- [Baie90] Alfred Baier, "Derotation Techniques in Receivers for MSK-Type CPM Signals", in *Proceedings of European Signal Processing Conference – EUSIPCO*, Sept. 1990.
- [BCBG97] E. Baccarelli, R. Cusani, G. Di Blasio, S. Galli, "On the Modeling of GMSK Binary Transmission over Time-Variant TDMA/FDD Macrocellular Radio Channels with Derotation-Based Coherent Demodulation", in *Proceedings of IEEE Symp. on Computers and Commun. – ISCC'97*, Alexandria, Egypt, July 1997.
- [BDMS91] Ezio Biglieri, Dariush Divsalar, Peter J. McLane e Marvin K. Simon, *Introduction to Trellis-Coded Modulation with Applications* (Sec. 6.5), Macmillan, 1991.
- [BeBC87] Sergio Benedetto, Ezio Biglieri, Valentino Castellani, *Digital Transmission Theory*, Prentice-Hall, 1987.
- [BHMN81] Vijay K. Bhargava, David Haccon, Robert Matyas and Peter P. Nuspl, *Digital Communications by Satellite*, John Wiley & Sons, 1981.
- [Bigl02] Ezio Biglieri, "Digital Transmission in the 21st Century: Conflating Modulation and Coding", *IEEE Communications Magazine*, 50th Anniversary Commemorative Issue, pp. 128-137, May 2002.
- [CaCR02] A. Bruce Carlson, Paul B. Crilly, Janet C. Rutledge, *Communication Systems: An Introduction to Signals and Noise in Electrical Communications*, 4th edition, McGraw-Hill, 2002.
- [Cair99] G. Caire, R. De Gaudenzi, G. Gallinaro, M. Luglio, R. Lyons, M. Ruggieri, A. Vernucci, H. Widmer, "Development and Validation of Wideband-CDMA IMT-2000 Physical Layer For Satellite Applications", in *6th Intern. Mobile Satellite Conf.*, Ottawa, pp. 213-219, June 1999.
- [Cara98] B. J. Caraça, *Conceitos Fundamentais da Matemática*, Gradiva, Lisboa, 1998.
- [Carp93] Michel P. J. Carpentier, *Análise Numérica – Teoria*, Departamento de Matemática do IST – Associação de Estudantes do IST, 1993.
- [CCIR86] Recommendations and Reports of the CCIR, "Propagation in Non-Ionised Media" (Vol. V), Rep. 1007 – "Statistical Distributions in Radio-Wave Propagation", ITU, Geneva, 1986.
- [Cede00] Andreas Cedergren, *Maximum likelihood Sequence Detection by Using the SA(B,C) Algorithm – State Partition Methods*, Thesis for the degree of Licenciante (pré-relatório de Doutoramento), Department of Computer Engineering, Chalmers University of Technology, Sweden, 2000.
- [Cerc88] Francisco B. Cercas, *Sintetizador de Frequência Digital Discreto*, Tese de Mestrado, IST/UTL, Lisboa, Portugal, 1988;
- [CHIW98] D. J. Costello Jr., J. Hagenauer, H. Imai, S. Wicker, "Applications of Error-Control Coding", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, no. 6, pp. 2531-2560, Oct. 1998.
- [ChSu01] B. Chen and C.-E. W. Sundberg, "List Viterbi Algorithms for Continuous Transmission," *IEEE*

- Transactions on Communications*, vol. 49, no. 5, pp. 784-792, May 2001.
- [CoMc86] George R. Cooper e Clare D. McGillem, *Modern Communications and Spread Spectrum*, McGraw-Hill, 1986.
- [CoTh91] Thomas M. Cover e Joy A. Thomas, *Elements of Information Theory*, New York : Wiley, 1991.
- [Dahl98] Erik Dahlman, Per Beming, Jens Knutsson, Fredrik Ovesjö, Magnus Persson and Christiaan Roobol, “WCDMA – The Radio Interface for Future Mobile Multimedia Communications”, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 47, no. 4, pp. 1105-1117, Nov. 1998.
- [DePH93] John R. Deller Jr., John G. Proakis, John H. L. Hansen, *Discrete-Time Processing of Speech Signals*, Macmillan Publishing Company, 1993.
- [Dini01] Rui Miguel Dinis, Técnicas de Multiportadora para Rádio Móvel de Alto Débito, Tese de Doutoramento, IST/UTL, Lisboa, Portugal, Dez. 2001.
- [DrGr95] Peter F. Driessen and Larry J. Greenstein, “Modulation Techniques for High-Speed Wireless Indoor Systems Using Narrowbeam Antennas”, *IEEE Transactions on Communications*, vol. 43, no. 10, pp. 2605-2612, Oct. 1995.
- [Duar96] José A. Duarte, “O Método de Monte Carlo”, *Colóquio Ciências – Revista de Cultura Científica*, n.º 18, Fundação Calouste Gulbenkian, pp. 3-12, Lisboa, Portugal, Julho 1996.
- [DuPr00] Özgür Dural and John G. Proakis, “The Performance of Simplified Maximum-Likelihood Sequence Detector for Continuous Phase Modulation Scheme”, in *Proceedings of International Conference on Communications – ICC’00*, New Orleans, USA, pp. 641-645, June 2000.
- [DuPr01a] Özgür Dural and John G. Proakis, “Signal Space Representation of Binary Continuous Phase Modulated Signals”, in *Proceedings of IEEE Vehicular Technology Conference (Fall) – VTC’01 Fall*, Atlantic City, NJ, USA, pp. 1663-1667, Oct. 2001.
- [DuPr01b] Özgür Dural and John G. Proakis, “Comparison of Two Reduced Complexity Maximum-Likelihood Sequences Detectors for Continuous Phase Modulation Scheme”, in *Proceedings of IEEE Vehicular Technology Conference (Fall) – VTC’01 Fall*, Atlantic City, NJ, USA, pp. 2510-2513, Oct. 2001.
- [Elia55] P. Elias, “Coding for Noisy Channels”, *IRE Conv. Rec.*, Mar. 1955.
- [Faro95] M. de Abreu Faro, *A Peregrinação de um Sinal*, Gradiva, Março 1995.
- [Faro97] M. de Abreu Faro, “Por ocasião do 1º centenário da morte de Heinrich Hertz”, *Revista Técnica*, n.º 1/97, IST, pp. 5-23, Lisboa, Portugal, Mar. 1997.
- [Feyn89] Richard P. Feynman, *QED – A Estranha Teoria da Luz e da Matéria*, Ciência Aberta n.º 25, Gradiva, 1989.
- [Fons96] John P. Fonseka, “Noncoherent Detection with Viterbi Decoding for GMSK Signals”, *IEEE Proceedings Communications*, vol. 143, pp. 373-379, Dec. 1996.
- [Fons99] John P. Fonseka, “Soft-Decision Phase Detection with Viterbi Decoding for CPM Signals”, *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, no. 12, pp. 1802-1810, Dec. 1999.

- [Forn73] G. Forney, “The Viterbi Algorithm”, *Proceedings of the IEEE*, vol. 61, no. 3, pp. 268-278, Mar. 1973.
- [Fort01] Fernando Fortes, *Amplificadores de Potência Monolíticos para Comunicações Móveis*, Tese de Doutoramento, IST/UTL, Lisboa, Portugal, Julho 2001.
- [Fran69] Lewis. E. Franks, *Signal Theory*, Prentice-Hall, 1969.
- [GaPi00] J. Gaspar da Silva e Hugo Bento Pinto, *Capacity Estimation of the FDD Mode of UMTS Networks*, Trabalho Final de Curso, IST/UTL, Lisboa, Portugal, Março 2000.
- [GeGr92] A. Gersho and R. Gray, *Vector Quantization and Signal Compression*, Kluwer Academic Publishers, 1992.
- [GIVu97] Savo Glisic, Branka Vucetic, *Spread Spectrum CDMA Systems for Wireless Communications*, Artech House, London, 1997.
- [Haye02] Jeremiah F. Hayes “The Viterbi Algorithm Applied to Digital Data Transmission”, *IEEE Communications Magazine*, 50th Anniversary Commemorative Issue, pp. 26-32, May 2002.
- [Hayk88] Simon Haykin, *Digital Communications*, John Wiley & Sons, 1988.
- [HeWi99] Chris Heegard e Stephen B. Wicker, *Turbo Coding*, Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [HoMc88] Paul K. M. Ho and Peter J. McLane, “Spectrum, Distance, and Receiver Complexity of Encoded Continuous Phase Modulation”, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 34, no. 5, pp. 1021-1032, Sept. 1988.
- [HoTo00] Harri Holma and Antti Toskala, *WCDMA for UMTS – Radio Access for third Generation Mobile Communications*, Harri Holma e Antti Toskala, John Willey and Sons, England, 2000.
- [HuFH00] Yung-Liang Huang, Kong-Dar Fan, Chia-chi Huang, *A Fully Digital Noncoherent and Coherent GMSK Receiver Architecture with Joint Symbol Timing Error Frequency Offset Estimation*, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 49, no. 3, pp. 863-874, May 2000.
- [IEEE93] William Perkins (editor) *et al*, *Collected Papers of Shannon*, IEEE Press, 1993.
- [JeBS00] M. C. Jeruchim, Philip Balaban e K. Sam Shanmugan, *Simulation of Communication Systems: Modeling, Methodology and Techniques*, 2nd edition, Kluwer Academic / Plenum Publishers, 2000.
- [KoPo01] N. P. Kontakos and J. K. Pollard , “Bluetooth RF Layer Performance Evaluation”, in *Proceedings of London Communications Symposium – LCS2001*, London, England, Set. 2001.
- [LaBu90] William D. Lane, Aubrey M. Bush, “Spread-Spectrum Multi-*h* Modulation”, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 8, no. 5, pp. 728-742, June 1990.
- [Laur86] P. A. Laurent, “Exact and Approximate Construction of Digital Phase Modulation by Superposition of Amplitude Modulated Pulses”, *IEEE Transactions on Communications*, vol. COM-34, pp. 150-160, Fev. 1986.
- [LeBW00] C. J. A. Levita, M. Benaissa and I. J. Wassell, “Adaptable Viterbi Detector for a Decomposed CPM Model Over Rings of Integers”, *IEE Proceedings Communications*, vol. 147, no. 3, pp. 137-143, June 2000.

- [Lee93] W. C. Y. Lee, *Mobile Communications Design Fundamentals*, John Wiley & Sons, N. Y., 1993.
- [Lere78] A. T. Lereim, “Spectral Properties of Multi- h Phase Codes”, CRL International Report CRL-57, Mc-Master University, Hamilton, Ontario, Canada, July 1978.
- [LiSA84] Göran Lindell, Carl-Erik Sundberg and Tor Aulin, “Minimum Euclidean Distance for Combinations of Short Rate 1/2 Convolutional Codes and CPFSK Modulation”, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-30, no. 3, pp. 509-519, May 1984.
- [LSEH02] Lutz H.-J. Lampe, Robert Schober, Gerald Enzner, Johannes B. Huber, “Coded Continuous Phase Modulation With Low-Complexity Noncoherent Reception”, *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, no. 4, pp 517-520, Apr. 2002.
- [Maga92] Luís T. Magalhães, *Álgebra Linear Como Introdução à Matemática Aplicada*, Texto Editora, 4ª Ed., 1992.
- [Maga93] Luís T. Magalhães, *Integrais Múltiplos*, Texto Editora, 1993.
- [Marq99] Jorge S. Marques, *Reconhecimento de Padrões, Métodos Estatísticos e Neurais*, IST Press, Set. 1999.
- [Mart99] Raúl D. L. C. Martins, *Caracterização Dinâmica de Conversores Analógico-Digital*, Tese de Mestrado, IST/UTL, Lisboa, Portugal, 1999.
- [MeAn97] Umberto Mengali e Aldo N. D’Andrea, *Synchronization Techniques for Digital Receivers*, Plenum Press, 1997.
- [MoAu00] P. Moqvist and T. Aulin, “Trellis Termination on CPM”, *IEE Electronics Letters*, vol. 36 no.23, 9th November 2000.
- [MoAu01] P. Moqvist and T. Aulin, “Serially Concatenated Continuous Phase Modulation with Iterative Decoding”, *IEEE Transactions on Communications*, (accepted for publication, May 2001).
- [MoKS00] Norihiko Morinaga, Ryuji Kohno and Seiichi Sampei, *Wireless Communication Technologies, New Multimedia Systems*, Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [MoCe99] F. Monteiro, F. Cercas, “Simulador de Transmissões Digitais”, *Actas das Jornadas de Engenharia de Telecomunicações e Computadores (JETC99)*, Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, Portugal, pp. XI43-XI47, Out. 1999.
- [MoCe00] F. Monteiro, F. Cercas, “Understanding Digital Communication Physical Layer”, in *Proceedings of XV Simposium Nacional de la Union Científica Internacional de Radio – URSI2000*, Zaragoza, Spain, pp. 307-308, Set. 2000.
- [MoPa88] Fidel Morales-Moreno and Subbarayan Pasupathy, “Structure, Optimization and Realization of FFSK Trellis Codes”, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 34, no. 4, pp. 730-751, Jul. 1988.
- [MoPi99] Francisco Monteiro e Sónia Pinto, *Análise e Simulação Eficiente de Modulações Digitais – Codificação de Canal e Espalhamento de Espectro por Salto na Frequência em Comunicações Rádio*, Trabalho Final de Curso, IST/UTL, Lisboa, Portugal, Fev. 1999.

- [MoRo01a] F. Monteiro, A. Rodrigues, “Sub-Optimum Detection of Coded Continuous Phase Modulation in Radio Channels”, in *Proceedings of 3rd Conf. on Telecommunications – ConfTele 2001*, Figueira da Foz, Portugal, pp. 594-598, April 2001.
- [MoRo01b] F. Monteiro, A. Rodrigues, “Simple Metrics Derivation for a Discrete Time Continuous Phase Modulations Receiver”, in *Proceedings of 4th International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications – WPMC’01*, Aalborg, Denmark, pp. 395-400, Sept. 2001.
- [MuHi81] Zazuaki Murota and Kenkichi Hirade, “GMSK Modulation for Digital Mobile Radio Telephony”, *IEEE Transactions on Communications*, vol. Com-29, no. 7, July 1981.
- [NaSt01] Krishna R. Narayanan and Gordon L. Stüber, “Performance of Trellis-Coded CPM with Iterative Demodulation and Decoding”, *IEEE Transactions on Communications*, vol. 49, no. 4, pp 676-687, Apr. 2001.
- [NeOr99] H. Ney, S. Ortmanns, “Dynamic Programming Search for Continuous Speech Recognition”, *IEEE Signal Processing*, Vol. 16, No 5, pp. 64-83, Set. 1999.
- [NuLe98] Fernando D. Nunes, José M. N. Leitão, “A Nonlinear Filtering Approach to Estimation and Detection in Mobile Communications”, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 16, no. 9, pp. 1649-1658, Dec. 1998.
- [Nyqu24] H. Nyquist, “Certain Factors Affecting Telegraph Speed”, *Bell System Tech. Jornal*, vol. 3, pp. 324, Apr. 1924.
- [Nyqu28] H. Nyquist, “Certain Topics in Telegraph Transmission Theory”, *Transactions AIEE*, vol. 47, pp. 617-644, Feb. 1928.
- [OhWK97] Shingo Ohmori, Hironitsu Wakana, Seiichiro Kawase, *Mobile Satellite Communications*, Artech House, 1997.
- [Omur69] Omura, J. K., “On the Viterbi Decoding Algorithm” (correspondence), *IEEE Trans. Information Theory*, vol. IT15, pp. 177-179, Jan. 1969.
- [OPSh48] B. M. Olivier, J. R. Pierser C. and E. Shannon, “The Philosophy of PCM”, in *Proceedings of IRE*, vol. 36, pp. 1324-1331, Nov. 1948.
- [Papa96] Aris Papasakellariou, *Code Design and Multiuser Detection for CDMA Systems with Continuous Phase Modulation*, Ph.D. Thesis, Rice University, Houston, Texas, 1996.
- [Papo84] Athanasios Papoulis, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, McGraw-Hill, 1984.
- [Pars92] J. D. Parsons, *The Mobile Radio Propagation Channel*, Pentech Press, London, 1992.
- [PaSp96] Bradford W. Parkinson, James J. Spilker Jr. (editors), *Global Positioning System*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996.
- [PCRC96] J. Pinto, A. Correia, A. Rodrigues and F. Cercas , “Modulation Coding and Multiple Access Techniques for the Satellite Universal Mobile Telecommunications System”, FRAMES – Future Radio Wideband Multiple Access – Internal Report AC090/IST/A11/DN/I/001/a1, Oct. 1996.

- [PCRC97] J. Pinto, A. Correia, A. Rodrigues and F. Cercas , “*Land Mobile Satellite Wideband Channel Model*”, FRAMES – Future Radio Wideband Multiple Access – Internal Report AC090/IST/AI1/DN/I/001/a1, Fev. 1997.
- [Pint98] José Pedro Diogo Pinto, *Modulações de Fase Contínua Multi-h com Espalhamento de Espectro por Sequência Directa*, Tese de Mestrado, IST/UTL, Lisboa, Portugal, 1998.
- [PiR97a] J. P. Diogo Pinto, A. Rodrigues, “Modulação Multi-h com Espalhamento de Espectro”, in *XV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Recife, Brasil, pp. 377-380, Sept. 1998.
- [PiR97b] J. P. Diogo Pinto, A. Rodrigues, “Multi-h CPM TDMA e CDMA em Sistemas Via Satélite”, in *Conferência Nacional de Telecomunicações*, Aveiro, Portugal, pp.131-134, Abril 1997.
- [PiR97c] J. P. Diogo Pinto, A. Rodrigues, “Optimisation of Spreading Sequences for Spread Spectrum Multi-h CPM”, in *2nd COST 259 Meeting – European Cooperation in the Field of Scientific and Technical Research*, Turin, Italy, May 1997.
- [PiRC98] J. P. Diogo Pinto, A. Rodrigues and F. Cercas, “Multi-h CPM Spread Spectrum in Satellite Mobile Communications”, in *Proceedings of ESA 1st International Workshop on Radiowave Propagation Modelling for SatCom Services at Ku-band and Above*, ESTEC, Noordwijk, The Netherlands, pp. 267-268, Oct. 1998.
- [PiRo98] J. P. Diogo Pinto, A. Rodrigues, “Direct-Sequence Spread Spectrum Multi-h CPM in Integrated Mobile Satellite Communications”, in *ISWC' 98 – IEEE International Symposium on Wireless Communications*, Montréal, Québec, Canada, pp. 40, May 1998.
- [PiWi85] Steven V. Pizzi e Stephen G. Wilson, “Convolutional Coding Combined with Continuous Phase Modulation”, *IEEE Transactions on Communications*, vol. Com-33, no. 1, pp 20-29, Jan. 1985.
- [Pras96] Ramjee Prasad, *CDMA for Wireless Personal Communications*, Artech House, 1996.
- [Pras98] Ramjee Prasad, *Wireless Personal Communications*, Artech House, 1998.
- [Proa01] John G. Proakis, *Digital Communications*, 4th edition, McGraw-Hill, 2001.
- [RABT02] Theodore S. Rappaport, A. Annamalai, R. M. Buehrer and William H. Tranter, “Wireless Communications: Past Events and a Future Perspective”, *IEEE Communications Magazine*, 50th Anniversary Commemorative Issue, pp. 148-161, May 2002.
- [Rapp96] Theodore S. Rappaport, *Wireless Communications – Principles and Practice*, Prentice Hall, 1996.
- [Rimo88] Bixio E. Rimoldi, “A Decomposition Approach to CPM”, *IEEE Transactions on Communications*, vol. IT-34, no. 9, pp. 260-270, Mar. 1988.
- [Rimo89] Bixio Rimoldi, “Design of Coded CPFSK Modulation Systems for Bandwidth and Energy Efficiency”, *IEEE Transactions on Communications*, vol. Com-37, no. 9, pp. 897-905, Sept. 1989.
- [ReCS92] Jean Gabriel Remy, Jean Cueugnet e Cedric Siben, *Systèmes de Radiocommunications avec les Mobiles*, Editions Eyrolles, CNET-ENST, 1992.
- [Rodr97] António José Rodrigues, *Multi-h CPM in Terrestrial and Satellite Mobile Fading Channels*, Thesis for the degree of Docteur en Sciences Appliquées, Laboratoire de Télécommunications et

Teledetection, Université Catholique de Louvain, Belgique, Abril 1997.

- [Ross87] Sheldon M. Ross, *Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists*, John Wiley & Sons, 1987.
- [SaMo91] Iwao Sasase e Shinsaku Mori, “Multi-*h* Phase-Coded Modulation”, *IEEE Communications Magazine*, vol. 29, no. 12, pp. 46-56, Dec. 1991.
- [Seba98] Pedro Sebastião, *Simulação Eficiente do Desempenho de Códigos TCH Através de Modelos Estocásticos*, Tese de Mestrado, IST/UTL, Lisboa, Portugal, 1998.
- [Shan48] C. E. Shannon, “A Mathematical Theory of Communication” (Parte I e II), *Bell Systems Tech. Journal*, vol. 27, pp. 379-423 e pp. 623-656, 1948.
- [ShWe00] Mark R. Shane, Richard D. Wesel, “Parallel Concatenated Turbo Codes for Continuous Phase Modulation”, in *Proceedings of IEEE Wireless Communication and Networking Conference 2000 – WCNC’00*, Chicago, Illinois, USA, Sept 2000.
- [Silv00] José Sebastião e Silva, *A Matemática na Antiguidade*, Sociedade Portuguesa de Matemática, Lisboa, Portugal, 2000.
- [Simm95] Stanley J. Simmons, “Simplified Coherent Detection of CPM”, *IEEE Transactions on Communications*, vol. 43, no. 2/3/4, pp. 726-728, Feb./Mar./April 1995.
- [Simm99] Stanley J. Simmons, “ACI Susceptibility of Reduced-State Decoding for CPM”, *IEEE Communications Letters*, vol. 3, no. 11, pp. 305-307, Nov. 1999.
- [Simo95] Fernando E. Rebelo Simões, *Análise de Sinais*, AEIST, Lisboa, Portugal, 1995.
- [SiWa01] Manjeet Singh and Ian J. Wassell, “Comparison between Soft and Hard Decision using Quaternary Convolutional Encoders and the Decomposed CPM Model”, in *Proceedings of IEEE Vehicular Technology Conference (Spring) – VTC’01 Spring*, Rhodes, Greece, May 2001.
- [Skla88] Bernard Sklar, *Digital Communications: Fundamentals and Applications*, Prentice-Hall International, 1988.
- [Skla97a] B. Sklar, “Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communications Systems, Part I: Characterisation”, *IEEE Communications Magazine*, vol. 35, no. 7, pp. 90-100, July 1997.
- [Skla97b] B. Sklar, “Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communications Systems, Part II: Mitigation”, *IEEE Communications Magazine*, vol. 35, no. 7, pp. 102-109, July 1997.
- [Skla97c] Bernard Sklar, “A Primer on Turbo Code Concepts”, *IEEE Communications Magazine*, vol. 35, no. 12, pp. 94-102, Dec. 1997.
- [Sund86] Carl-Erik Sundberg, “Continuous Phase Modulation”, *IEEE Communications Magazine*, vol. 24, no. 4, pp. 25-38, Apr. 1986.
- [SvCA91] Arne Svensson, Carl-Erick Sundberg, Tor Aulin, “A Class of Reduced Complexity Viterbi Detectors for Partial Response Continuous Phase Modulation”, *IEEE Transactions on Communications*, vol. Com-32, no. 3, pp. 1079-1087, Oct. 1984.
- [Sven00] Tommy Svensson, *Optimizing Performance of spectrally Constrained Partial Response CPM*,

- Technical Report R005/2000, Dep. of Signals and Systems, Communications System Group, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, Oct. 2000.
- [Sven91] Arne Svensson, "Reduced State Sequence Detection of Partial Response Continuous Phase Modulation", *IEEE Proc. Part I*, vol.138, pp. 256-268, Aug. 1991.
- [SvSL85] Arne Svensson, Carl-Erick Sundberg, Göran Lindell, "On Direct Sequence Spread Spectrum Systems with Continuous Phase Modulation", in *Proceedings of The Annual Conference on Information Sciences and Systems*, pp. 526-531, Baltimore, Maryland, March 1985.
- [SvSv01] T. Svensson, A. Svensson, "Maximizing Minimum Euclidean Distance of Spectrally Constrained Partial Response CPM" in *Proceedings of IEEE Vehicular Technology Conference (Spring) – VTC'01 Spring*, Rhodes, Greece, pp. 1342-1346, May 2001.
- [SvSv99a] T. Svensson, A. Svensson, "Reduced Complexity Detection of Bandwidth Efficient Partial Response CPM" in *Proceedings of 49th IEEE Vehicular Technology Conference 1999 (Spring) – VTC'99 Spring*, Houston, Texas, pp. 1296-1300, May 1999.
- [SvSv99b] T. Svensson, A. Svensson, "Suboptimum Detection of Bandwidth Efficient Partial Response CPM," in *Proceedings of Radio Vetenskap och Kommunikation 1999 – RVK'99*, Karlskrona, Sweden, pp. 649-653, June 1999.
- [SvSv99c] T. Svensson, A. Svensson, "On Convolutionally Encoded Partial Response CPM," in *Proceedings of 50th IEEE Vehicular Technology Conference 1999 (Fall) – VTC'99 Fall*, Amsterdam, The Netherlands, pp. 663-667, Sept. 1999.
- [SzPa99] Victor F. Szeto e Subbarayan Pasupathy, "Iterative Decoding of Serially Concatenated Convolutional Codes and MSK", *IEEE Communications Letters*, vol. 3 no. 9, pp. 272-274, Sept. 1999.
- [TaMi99] Thomas L. Tapp and Rodney L. Mickelson, "Turbo Detection of Coded Continuous Phase Modulation", in *Proceedings of IEEE Military Communications Conference – MILCOM'99*, USA, 1999.
- [Tane96] Andrew S. Tanenbaum, *Computer Networks*, 3rd edition, Prentice-Hall International, 1996.
- [TaSh00] Weiyi Tang and Ed Shwedyk, "A Quasi-Optimum Receiver for Continuous Phase Modulation", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 48, no. 7, pp. 1087-1090, July 2000.
- [Tree68] Harry L. Van Trees, *Detection, Estimation and Modulation Theory – Part I*, John Willey and Sons Inc., 1968.
- [Unge82] G. Ungerboeck, "Channel Coding with Multilevel/phase Signals", *IEEE Transactions on Information Theory*, IT-28, pp. 55-67, Jan. 1982.
- [Verd98] Sergio Verdú, Multiuser Detection, *Cambridge University Press*, 1998.
- [ViMe00] Giorgio M. Vitetta and Umberto Mengali, "A Noncoherent receiver for Interleaved Trellis-Coded CPFSK signals Transmitted over Frequency-Flat Fading Channels", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 49, no. 1, pp. 193-201, Jan. 2000.

- [ViOm79] Andrew J. Viterbi, Jim K. Omura, *Principles of Digital Communication and Coding*, McGraw-Hill, 1979.
- [Vite67] A. J. Viterbi, "Error Bounds for Convolutional Codes and an Asymptotically Optimum Decoding Algorithm", *IEEE Trans. Information Theory*, vol. IT13, pp. 260-269, April 1967.
- [WaSX02] G. Wang, W. Su, and X.-G. Xia, "Orthogonal-like Space-Time Coded CPM Systems with Fast Decoding for Three and Four Transmit Antennas", submitted to *IEEE Trans. Communications*, April 2002.
- [WiGa81] Stephen G. Wilson and Richard C. Gaus, "Power Spectra of Multi- h Phase Codes", *IEEE Transactions on Communications*, vol. Com-29, no. 3, pp. 250-256, Mar. 1981.
- [Wolf96] Stephen Wolfram, *The Mathematica Book*, 3rd edition, Wolfram Media, Cambridge University Press, 1997.
- [Yaco93] M. D. Yacoub, *Foundations of Mobile Radio Engineering*, CRC Press, Boca Raton, FL., 1993.
- [YLBY99] Fengfan Yang, S. H. Leung, Guangguo Bi and Ming Ye, "Concatenated Trellis Coding and Full Response CPM for Wireless DS/SSMA Communications", in *Proceedings of 50th IEEE Vehicular Technology Conference – VTC'99*, Amsterdam, The Netherlands, pp. 2576-2580, Sept. 1999.
- [YuGo02] Kevin C. Yu and Andrea J. Goldsmith, "Linear Models and Capacity Bounds for Continuous Phase Modulation", in *Proceedings of International Conference on Communications 2002 – ICC'02*, New York, USA, May 2002.
- [ZhSY01] Sujian Zhao, Xin Su, Yan Yao, "The Concept of Software Radio and Its Implementation Techniques", in *Proceedings of 4th International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications – WPMC'01*, Aalborg, Denmark, pp. 219-224, Sept. 2001.
- [ZiPe85] Rodger E. Ziemer and Roger L. Peterson, *Digital Communications and Spread Spectrum Systems*, Macmillan Publishing Company, 1985.
- [ZiTr95] R. E. Ziemer, W. H. Tranter, *Principles of Communication – Systems Modulation, and Noise* (4th edition), John Wiley & Sons, 1995.
- [ZvJK99] Zoran Zvonar, Peter Jung and Karl Kammerlander, *GSM – Evolution Towards 3rd Generation Systems*, Kluwer Academic Publishers, 1999.